

Homotecia



Homotecia

- Una Homotecia es una amplificación o reducción de una imagen,
- Dado un escalar “ k ”, que determina cuantas veces debe caber los lados de la figura original en la figura resultante.
- Con respecto a un punto llamado “centro de la Homotecia” (este punto puede estar en el contorno de la figura, dentro de la figura o fuera de ella)

Homotecia

- Escalar k :
- Si $k > 1$, estaremos en presencia de una amplificación, hacia el mismo lado.
- Si $k = 1$, estaremos en presencia de igualdad entre las figuras y coincide una encima de la otra.
- Si $0 < k < 1$, estaremos en presencia de una reducción, hacia el mismo lado.
- Si $-1 < k < 0$, estaremos en presencia de una reducción reflejada en el centro de homotecia o sea hacia el otro lado.
- Si $k = -1$, estaremos en presencia de igualdad entre las figuras, pero reflejada en el centro de homotecia o sea hacia el otro lado.
- Si $k < -1$, estaremos en presencia de una amplificación reflejada en el centro de homotecia o sea hacia el otro lado.

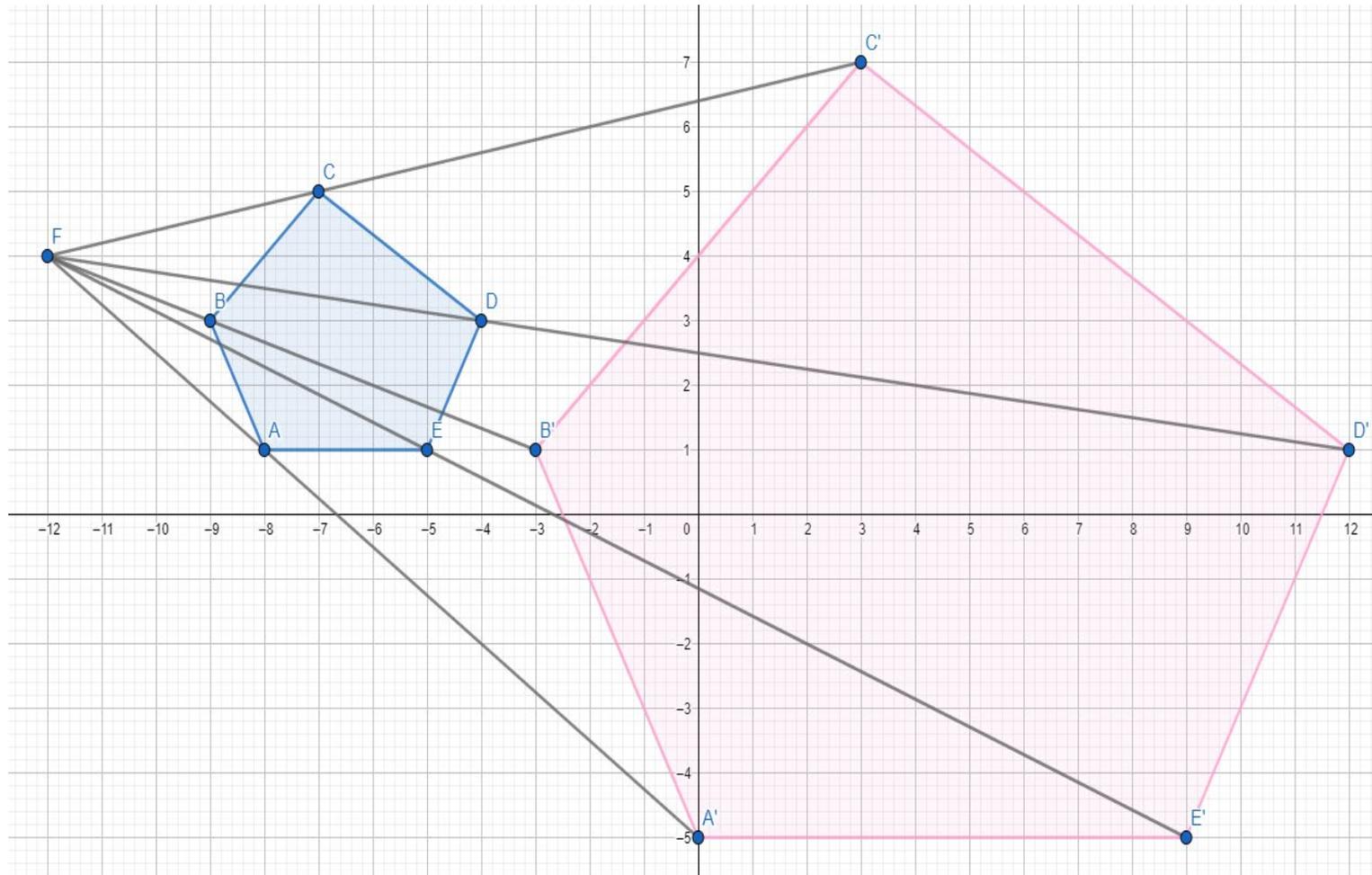
Ejemplos $k > 1$ con centro "F" (fuera de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = 3$
- Relación entre lados homólogos:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 3$$
- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = 3$$
- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = 3$$



Ejemplos $k > 1$ con

centro “B” → “B’” (en un vértice de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en B y escalar $k = 2$

- Relación entre lados homólogos:

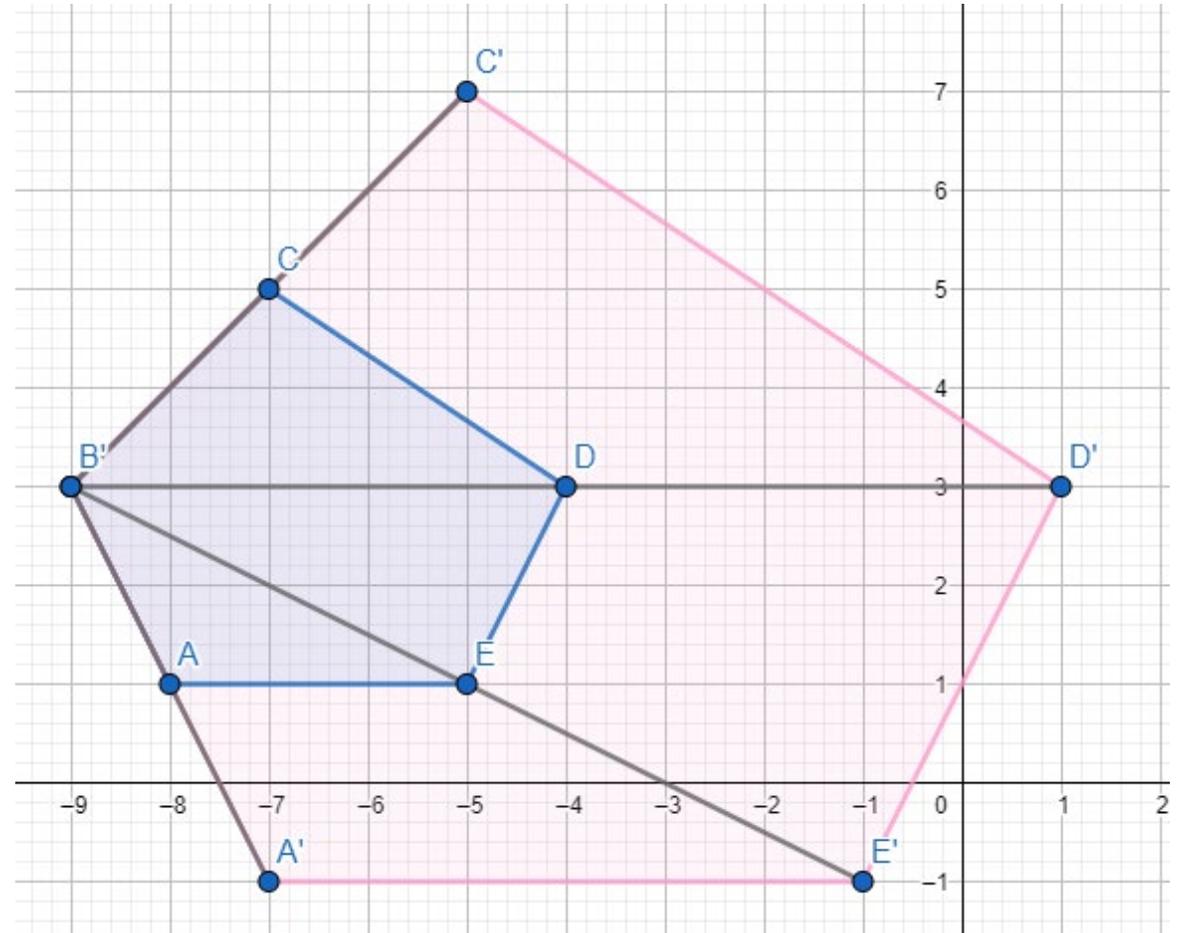
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 2$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{BA'}{BA} = \frac{BB'}{BB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{BD'}{BD} = \frac{BE'}{BE} = 2$$

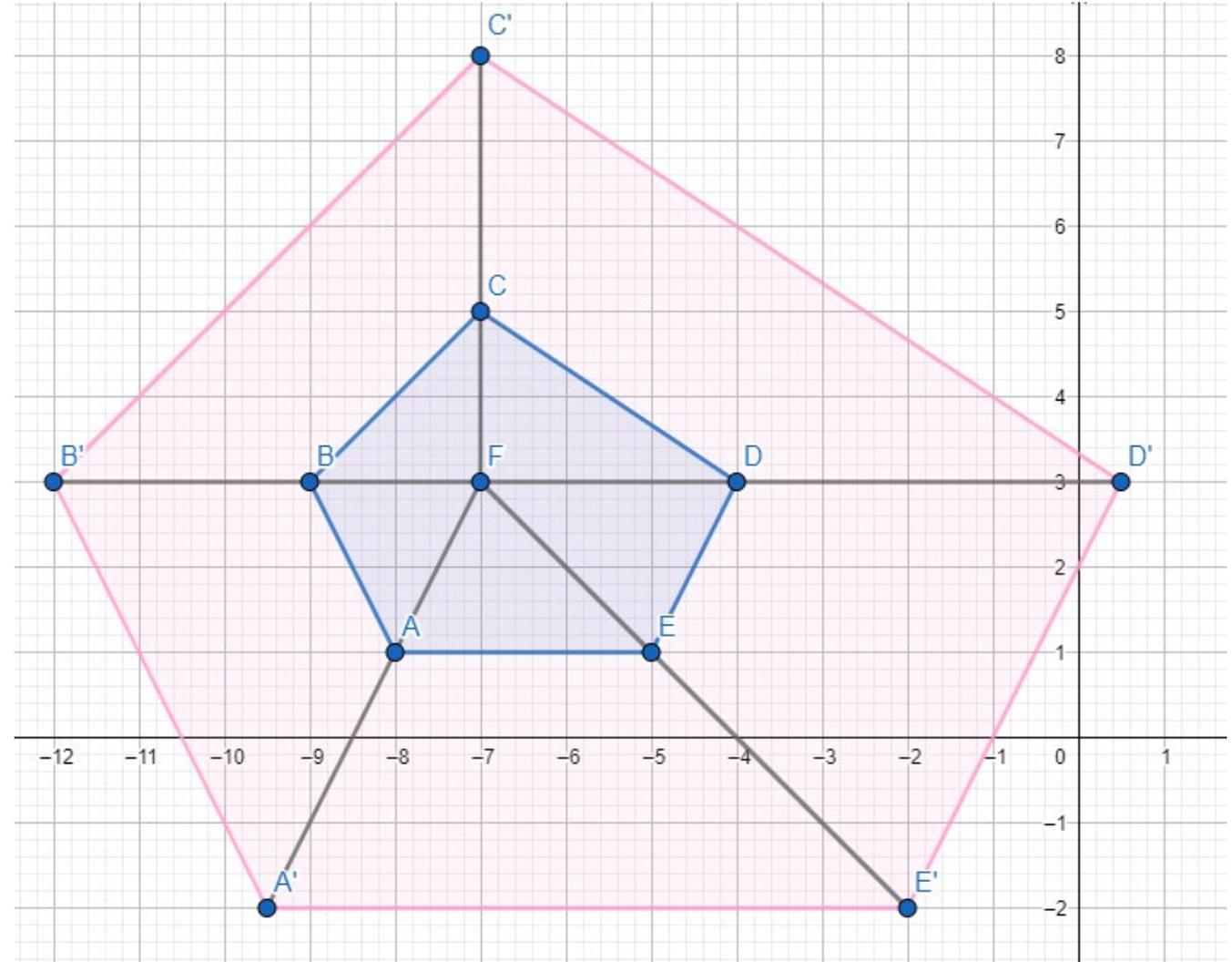
- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = 2$$



Ejemplos $k > 1$ con centro "F" (dentro de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = 2,5$
- Relación entre lados homólogos:
- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 2,5$
- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia
- $\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = 2,5$
- Relación entre los perímetros
- $\frac{\text{Perímetro}(A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro}(ABCDE)} = 2,5$



Ejemplos $0 < k < 1$ con centro "F" (fuera de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = 0,5$

- Relación entre lados homólogos:

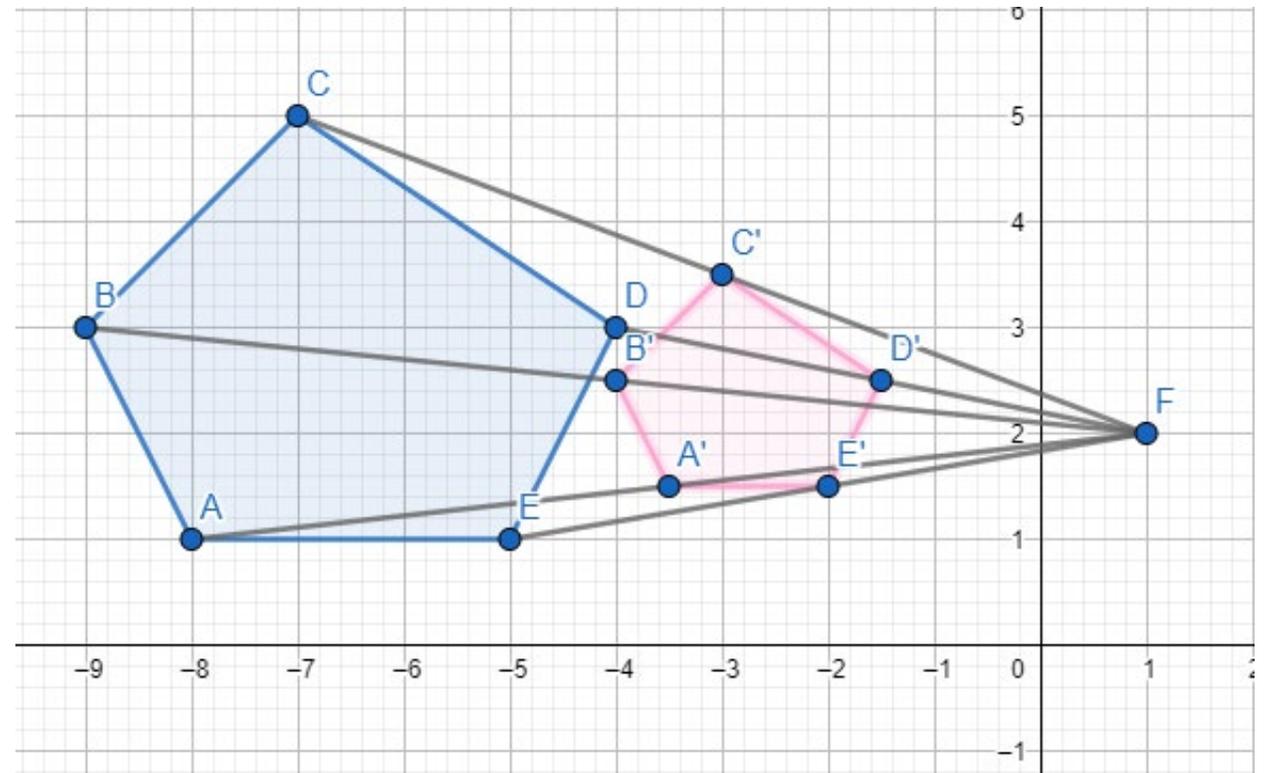
- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 0,5$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

- $\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = 0,5$

- Relación entre los perímetros

- $\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = 0,5$



Ejemplos $0 < k < 1$ con centro "D" \rightarrow "D'" (en un vértice de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en D y escalar $k = 0,3$

- Relación entre lados homólogos:

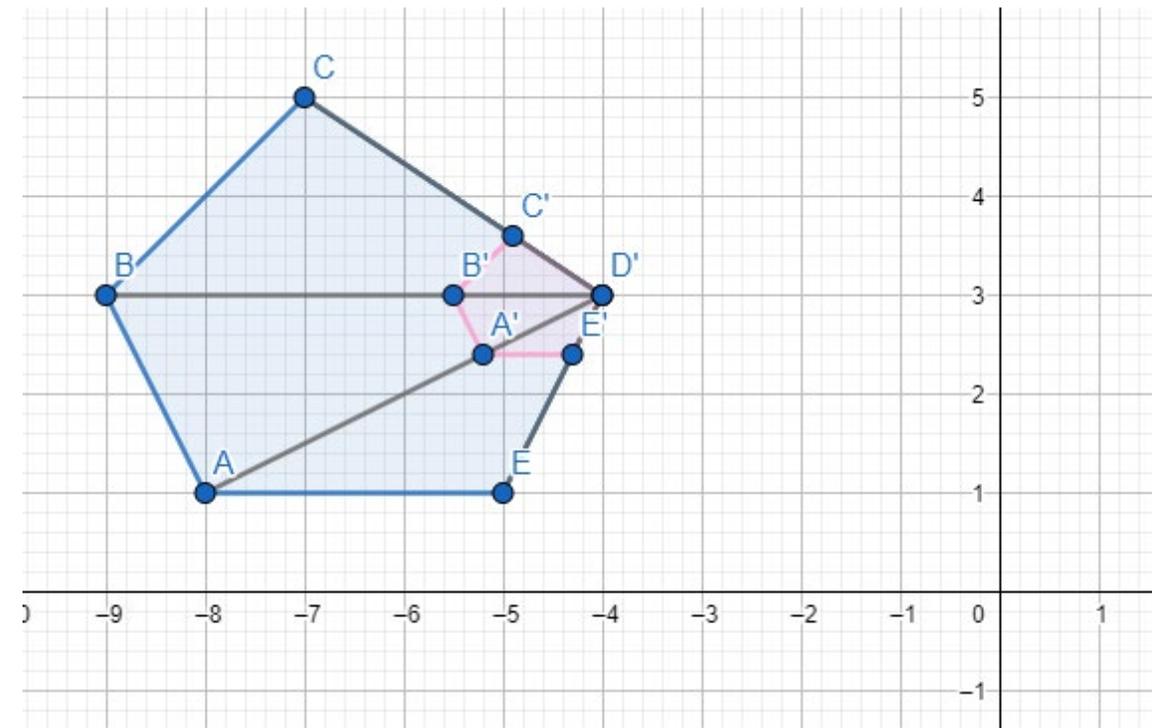
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 0,3$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = \frac{DE'}{DE} = 0,3$$

- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = 0,3$$



Ejemplos $0 < k < 1$ con centro "F" (dentro de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = 0,7$

- Relación entre lados homólogos:

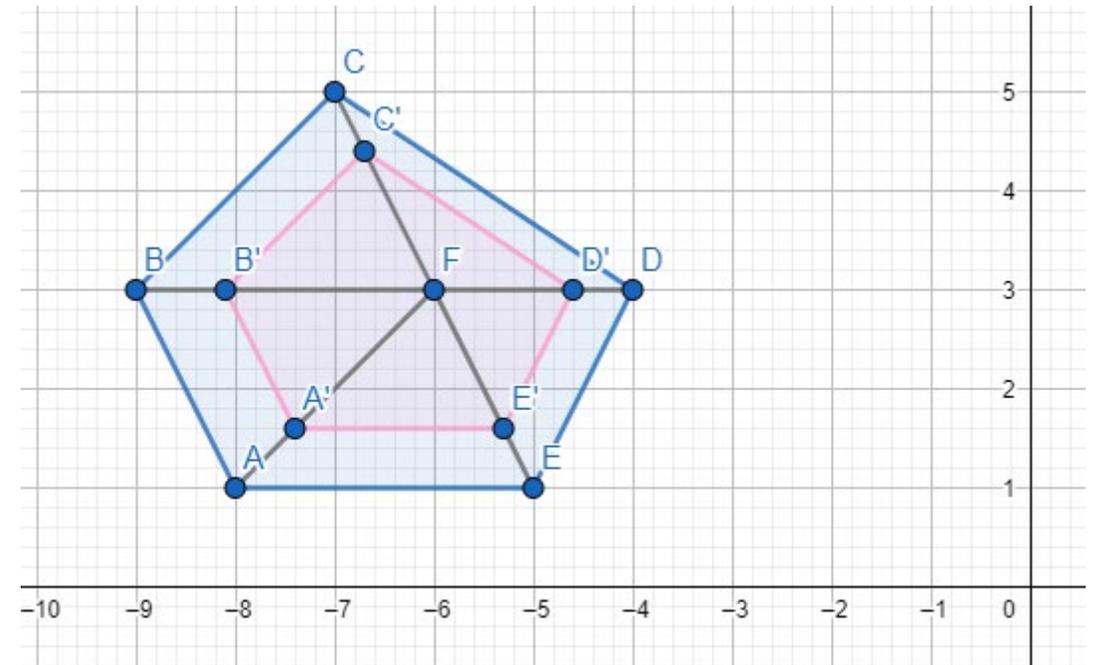
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 0,7$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = 0,7$$

- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = 0,7$$



Ejemplos $-1 < k < 0$ con centro "F" (fuera de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = -0,5$

- Relación entre lados homólogos:

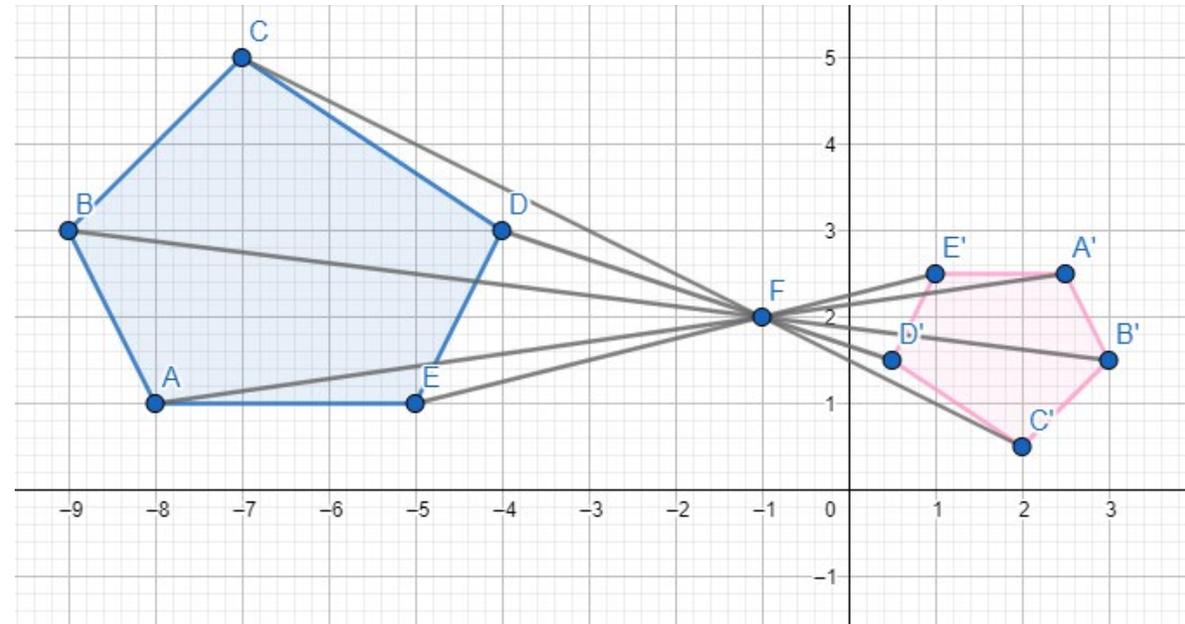
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -0,5$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = -0,5$$

- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = -0,5$$



Ejemplos $-1 < k < 0$ con centro "D" \rightarrow "D'" (en un vértice de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en D y escalar $k = -0,3$

- Relación entre lados homólogos:

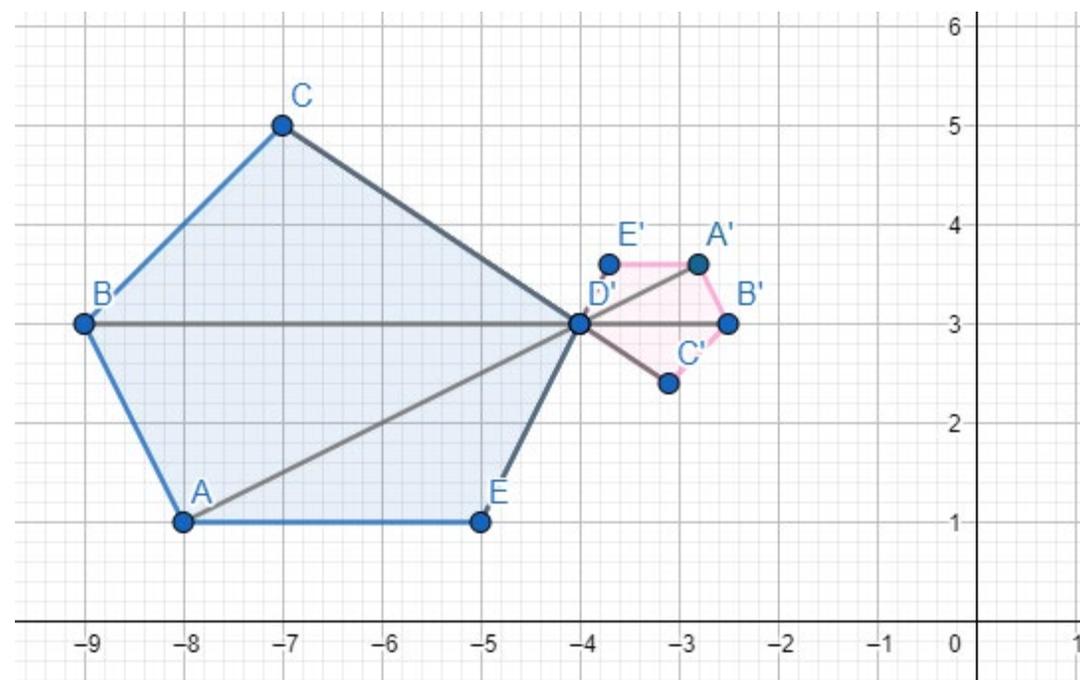
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -0,3$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = \frac{DE'}{DE} = -0,3$$

- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = -0,3$$



Ejemplos $-1 < k < 0$ con centro "F" (dentro de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = -0,4$

- Relación entre lados homólogos:

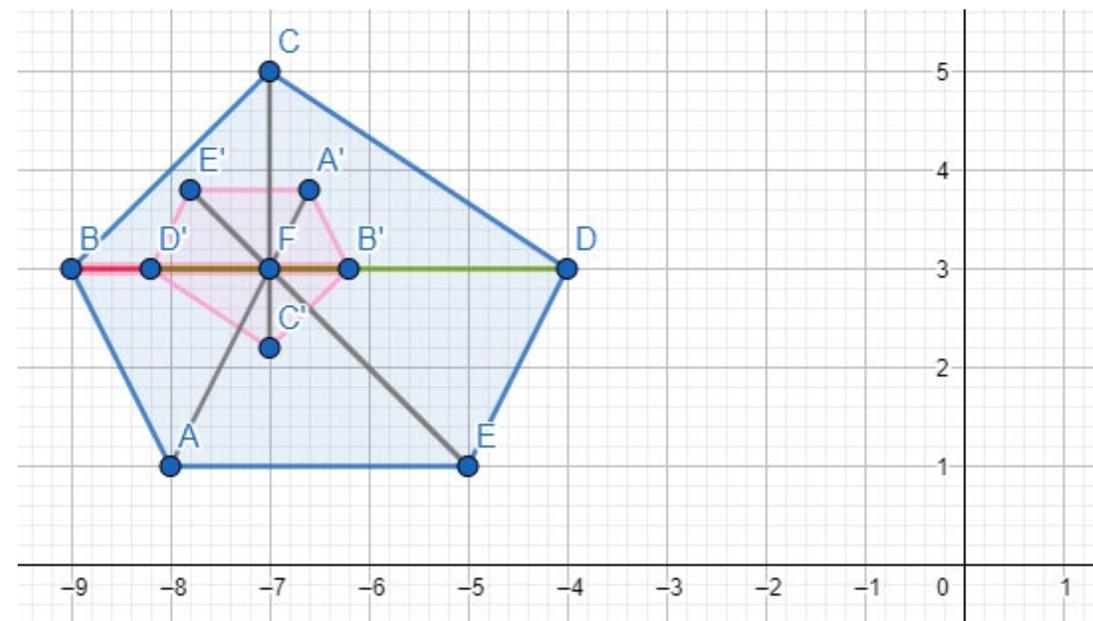
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -0,4$$

- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia

$$\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = -0,4$$

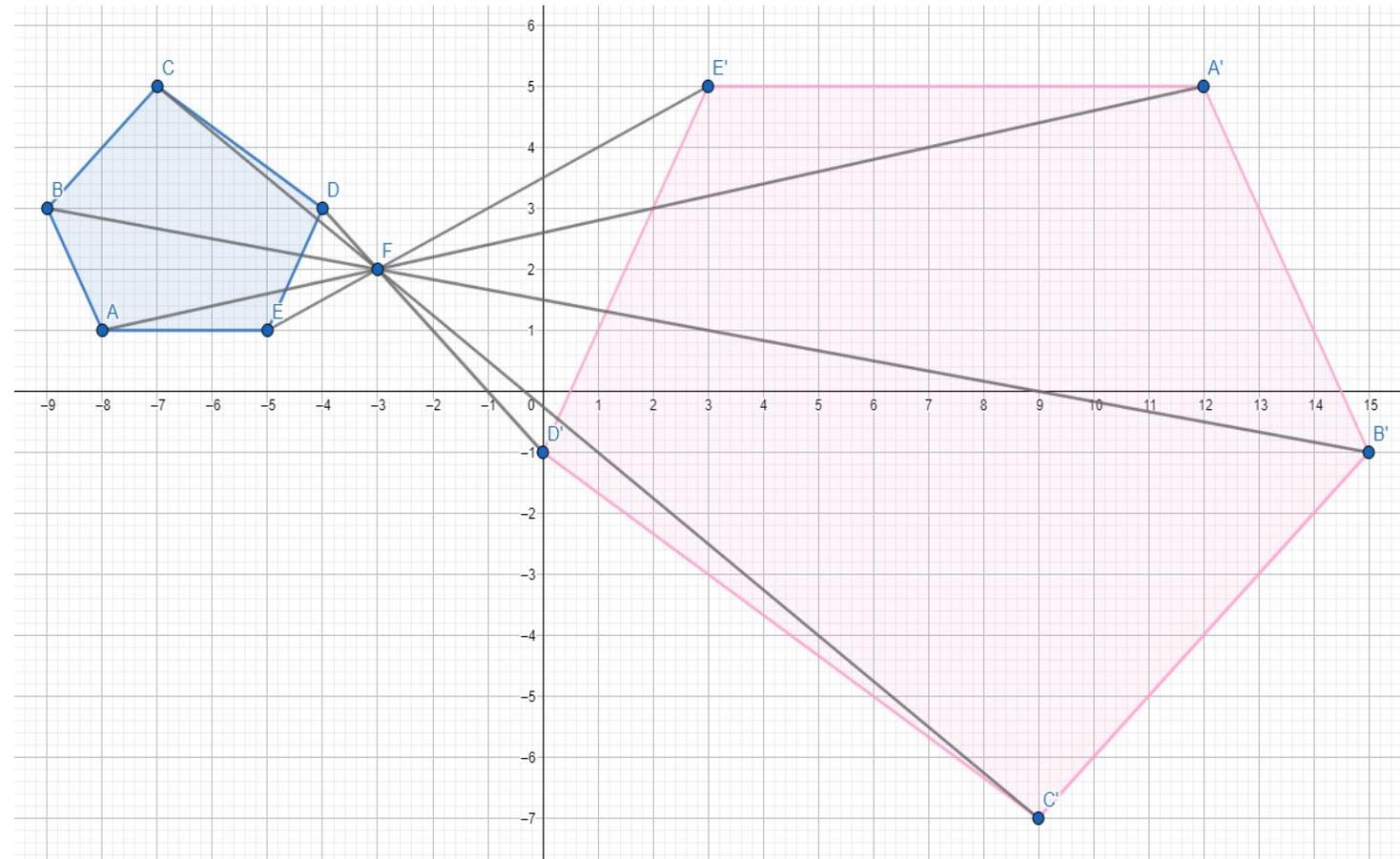
- Relación entre los perímetros

$$\frac{\text{Perímetro } (A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro } (ABCDE)} = -0,4$$



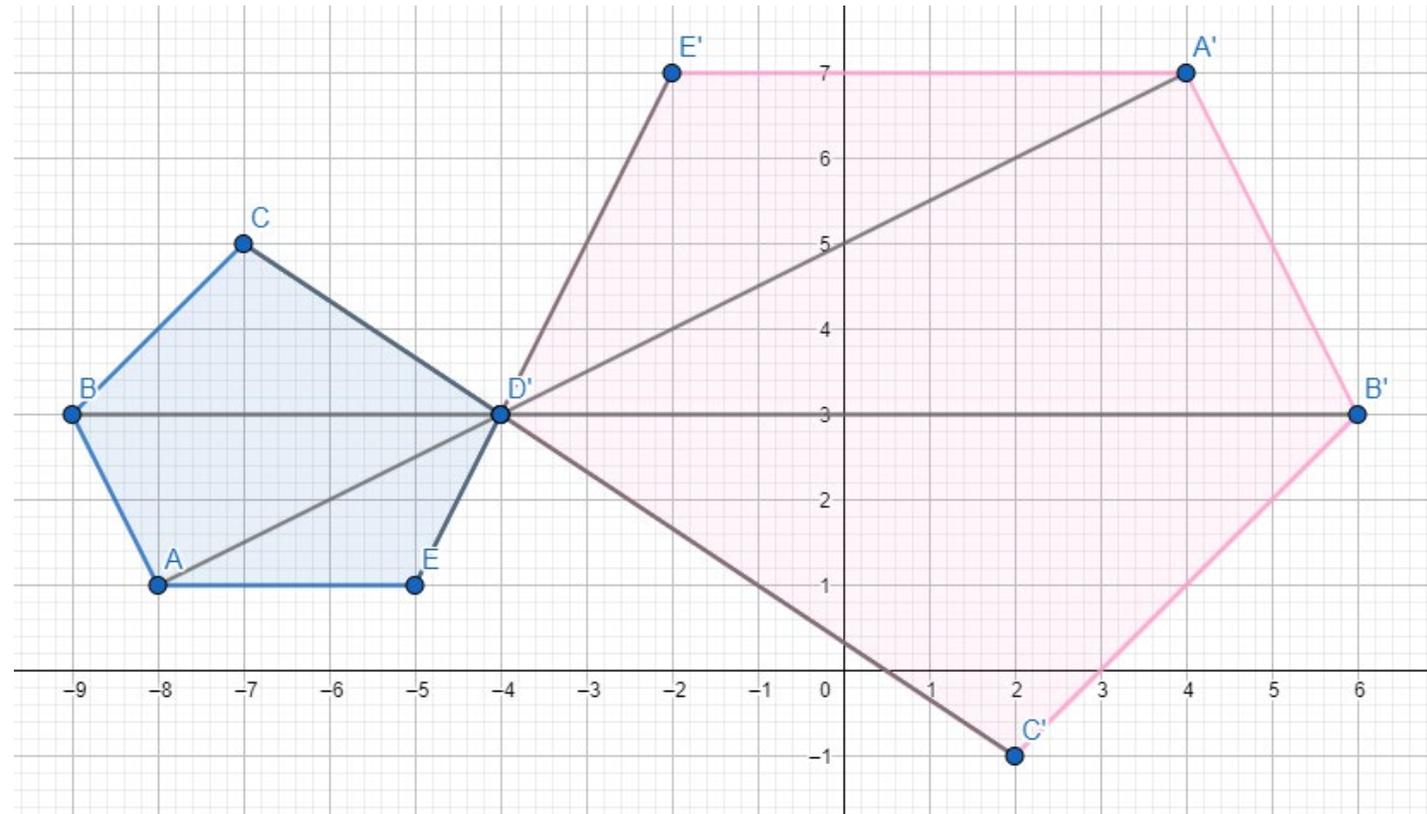
Ejemplos $k < -1$ con centro "F" (fuera de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = -3$
- Relación entre lados homólogos:
- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -3$
- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia
- $\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = -3$
- Relación entre los perímetros
- $\frac{\text{Perímetro}(A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro}(ABCDE)} = -3$



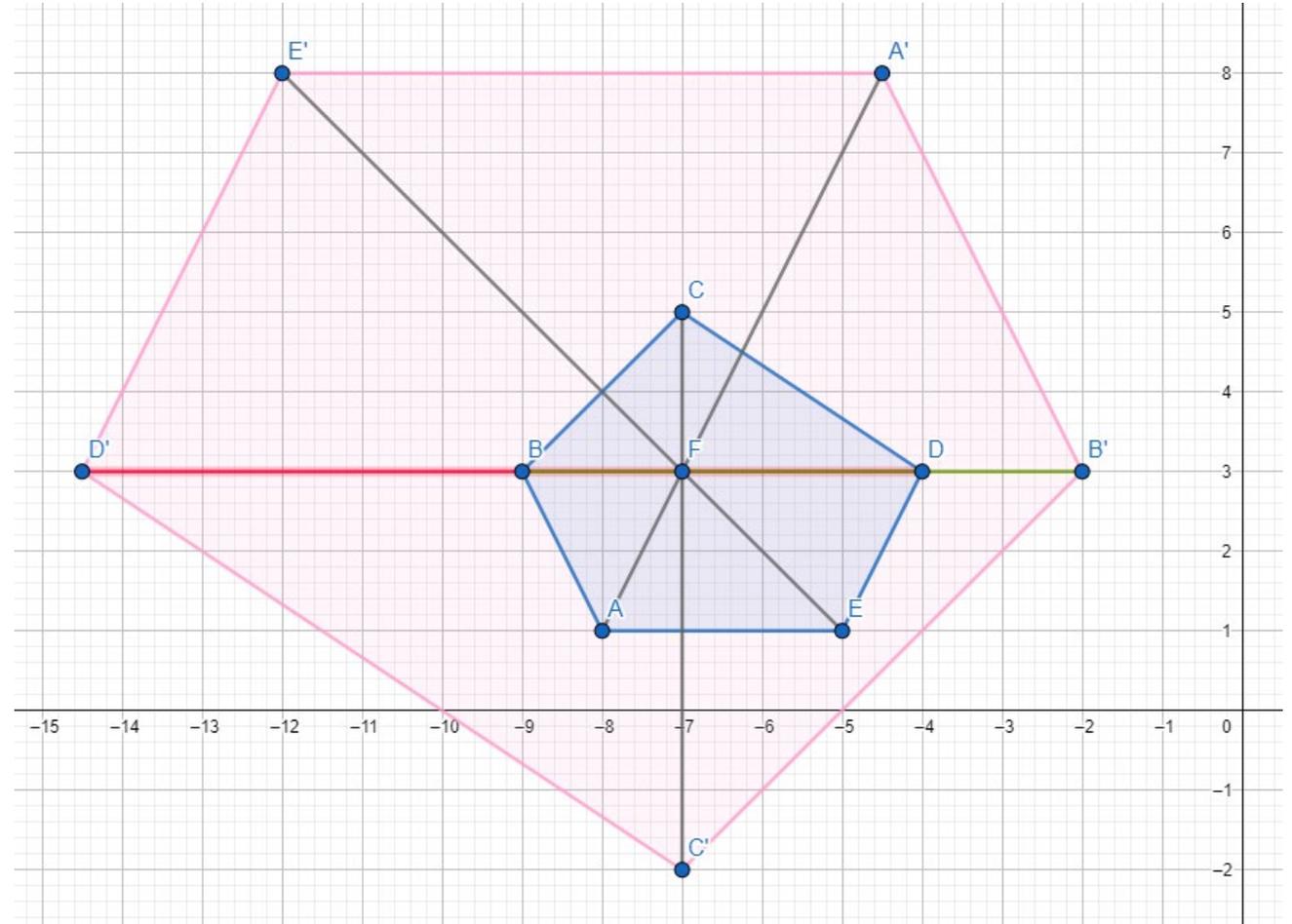
Ejemplos $k < -1$ con centro "D" \rightarrow "D'" (en un vértice de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en D y escalar $k = -2$
- Relación entre lados homólogos:
- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -2$
- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia
- $\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = \frac{DE'}{DE} = -2$
- Relación entre los perímetros
- $\frac{\text{Perímetro}(A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro}(ABCDE)} = -2$



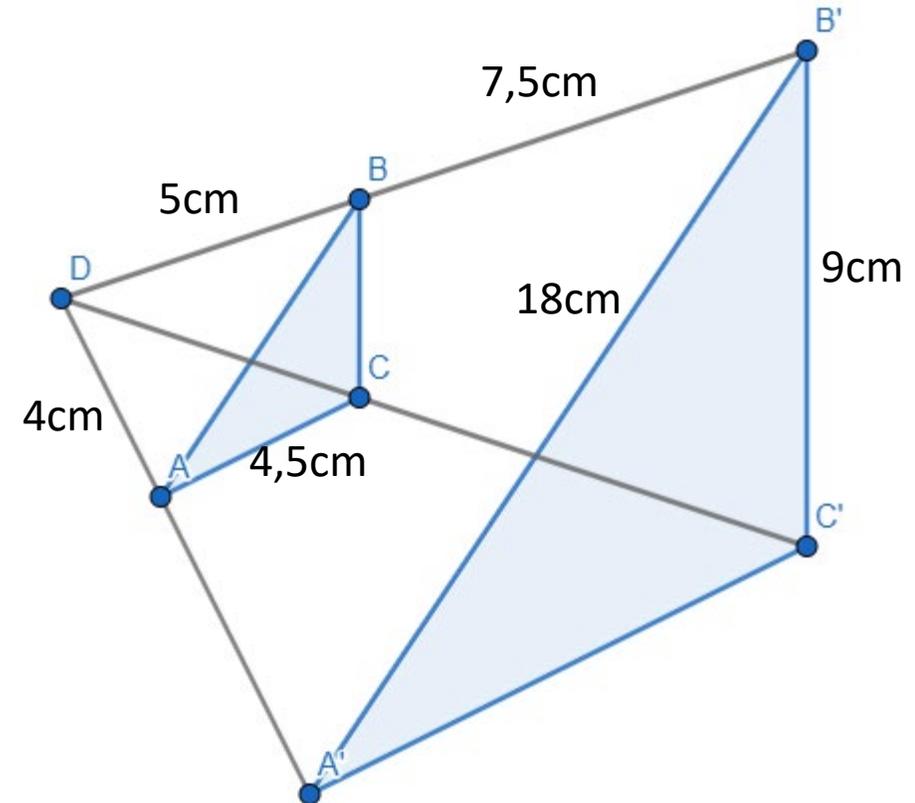
Ejemplos $k < -1$ con centro "F" (fuera de la figura)

- Al pentágono ABCDE, se le aplicó una homotecia con centro en F y escalar $k = -2,5$
- Relación entre lados homólogos:
- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = -2,5$
- Relación entre vértices homólogos con el centro de homotecia
- $\frac{FA'}{FA} = \frac{FB'}{FB} = \frac{FC'}{FC} = \frac{FD'}{FD} = \frac{FE'}{FE} = -2,5$
- Relación entre los perímetros
- $\frac{\text{Perímetro}(A'B'C'D'E')}{\text{Perímetro}(ABCDE)} = -2,5$



Ejercicios

- Calcular k
- Calcular medida del $\overline{AA'}$
- Calcular medida del \overline{BC}
- Calcular medida del $\overline{A'C'}$
- Calcular medida del \overline{AB}
- Calcular medida del $\overline{DA'}$
- Calcular medida del $\overline{DB'}$



Desarrollo

- Calcular k
- $k = \frac{DB'}{DB} = \frac{12,5}{5} = 2,5$ ($DB' = 12,5 = 5 + 7,5$)
- Calcular medida del $\overline{AA'}$
- $DA \cdot 2,5 = DA' \Rightarrow 4 \cdot 2,5 = DA' \Rightarrow DA' = 10$
- Por otro lado, tenemos:
- $AA' = DA' - DA \Rightarrow AA' = 10 - 4 \Rightarrow AA' = 6cm$
- Calcular medida del \overline{BC}
- $BC \cdot 2,5 = B'C' \Rightarrow BC \cdot 2,5 = 9 \Rightarrow BC = \frac{9}{2,5} \Rightarrow BC = 3,6cm$
- Calcular medida del $\overline{A'C'}$
- $AC \cdot 2,5 = A'C' \Rightarrow 4,5 \cdot 2,5 = A'C' \Rightarrow 11,25 = A'C' \Rightarrow A'C' = 11,25cm$
- Calcular medida del \overline{AB}
- $AB \cdot 2,5 = A'B' \Rightarrow AB \cdot 2,5 = 18 \Rightarrow AB = \frac{18}{2,5} \Rightarrow AB = 7,2cm$

