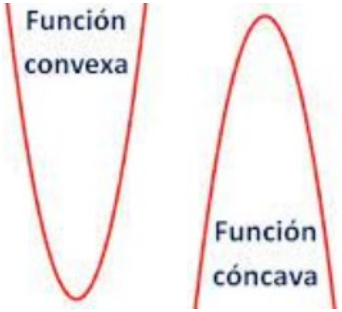
Repaso Función Cuadrática

Formulario

Dada la siguiente función cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Donde x es la variable independiente y $f(x) \Rightarrow (y)$ es la variable dependiente
- El par ordenado es $(x;\ y)$ o $(x;\ f(x))$
- **Orientación de la parábola:**
- Convexa: cuando $a > 0$
- Cóncava: cuando $a < 0$



- **Eje de simetría:** $\dfrac{-b}{2a}$
- **Vértice:** $(x;y) = \left(\dfrac{-b}{2a}; f\left(\dfrac{-b}{2a}\right)\right)$
- **Máximo y Mínimo: Nos fijamos en la coordenada "y" del vértice; si es convexa, esa coordenada "y" es el valor mínimo; y si es Cóncavo esa coordenada "y" es el valor Máximo.**

- **Corte en el eje X:** $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Análisis del discriminante ($b^2 - 4ac$):
- $b^2 - 4ac > 0$; la función cortará en 2 puntos al eje X
- $b^2 - 4ac = 0$; la función cortará en 1 puntos al eje X y este punto coincidirá con el vértice.
- $b^2 - 4ac < 0$; la función no cortará al eje X, dado que no tiene solución en los R
- **Corte en el eje Y:** $y = c$

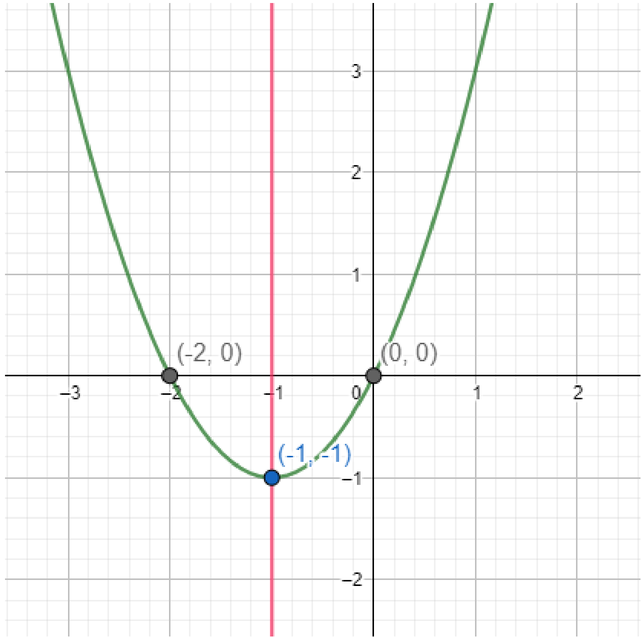
Ejercicios: $f(x) = x^2 + 2x$

- $a = 1$; $b = 2$; $c = 0$
- **Orientación:** $a = 1$; Convexa
- **Eje de simetría:** $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$
- **Vértice:** $(x; y) = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$
- $f(x) = x^2 + 2x$
- $f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot -1$
- $f(-1) = 1 - 2 = -1$
- $\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (-1; -1)$
- **Punto Mínimo:** -1

- **Corte en el eje X:** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$
- $= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 0}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-2 \pm 2}{2}$ **(4 > 0; 2 soluciones)**
- $x_1 = \frac{-2-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ $\quad x_2 = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = 0$

- **Corte en el eje Y:** $y = c$
- $y = 0$

- **Gráfico:**

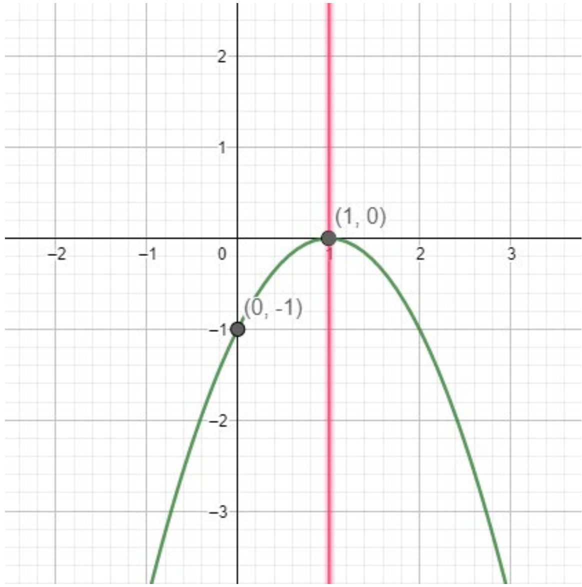


Ejercicios: $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

- $a = -1$; $b = 2$; $c = -1$
- **Orientación:** $a = -1$; Cóncava
- **Eje de simetría:** $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot -1} = \frac{-2}{-2} = 1$
- **Vértice:** $(x; y) = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$
- $f(x) = -x^2 + 2x - 1$
- $f(1) = -(1)^2 + 2 \cdot 1 - 1$
- $f(1) = -1 + 2 - 1 = 0$
- $\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (1; 0)$

- **Punto Máximo: 0**

- **Corte en el eje X:** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot -1 \cdot -1}}{2 \cdot -1}$
- $= \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-2 \pm 0}{-2}$ **(0 = 0; 1 solución)**
- $x_1 = \frac{-2-0}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$ $x_2 = \frac{-2+0}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$
- **Corte en el eje Y:** $y = c$
- $y = -1$
- **Gráfico:**



Ejercicios: $f(x) = x^2 + 2x + 3$

- $a = 1$; $b = 2$; $c = 3$
- **Orientación:** $a = 1$; Convexa
- **Eje de simetría:** $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$
- **Vértice:** $(x; y) = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$
- $f(x) = x^2 + 2x + 3$
- $f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot -1 + 3$
- $f(-1) = 1 - 2 + 3 = 2$
- $\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (-1; 2)$
- **Punto Mínimo: 2**

- **Corte X:** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1}$
- $= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-8}}{2} =$ **($-8 < 0$; Sin solución en R)**
- **Corte Y:** $y = c$ $y = 3$
- **Gráfico:**