

Introducción a las Raíces, propiedades y Orden



Debo recordar

- Una raíz es una potencia de exponente fraccionario.
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Donde “ m ” está elevando a “ a ” (“ a ” se está multiplicando por si misma “ m ” veces)
- Y “ n ” es la cantidad de veces que un mismo número divide a “ a ”
- Ejemplo:
- $\sqrt[3]{8^2} = 8^{\frac{2}{3}}$
- Donde “ 8 ” está elevando a “ 2 ” (“ 8 ” se está multiplicando por si mismo “ 2 ” veces)
- Y “ 3 ” es la cantidad de veces que un mismo número divide a “ 8 ”, que en este caso sería “ 2 ”
- Observación: cuando no hay numero arriba de la raíz es porque hay un 2, ejemplo $\sqrt[2]{3}$ se escribe sin el 2, quedando así $\sqrt{3}$

Practica

- Transforma de raíz a potencia o viceversa, según sea el caso:
- 1) $\sqrt{3^7} =$
- 2) $\sqrt[8]{11^7} =$
- 3) $15^{\frac{14}{25}} =$
- 4) $\sqrt[12]{14^{12}} =$
- 5) $1^{\frac{1}{5}} =$

Practica

- Transforma de raíz a potencia o viceversa, según sea el caso:

- 1) $\sqrt{3^7} = 3^{\frac{7}{2}}$

- 2) $\sqrt[8]{11^7} = 11^{\frac{7}{8}}$

- 3) $15^{\frac{14}{25}} = \sqrt[25]{15^{14}}$

- 4) $\sqrt[12]{14^{12}} = 14^{\frac{12}{12}} = 14^1 = 14$

- 5) $1^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{1^1} = \sqrt[5]{1} = 1$

Raíz

- Una raíz busca la base de la potencia:

- $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8 \implies x^3 = 8$

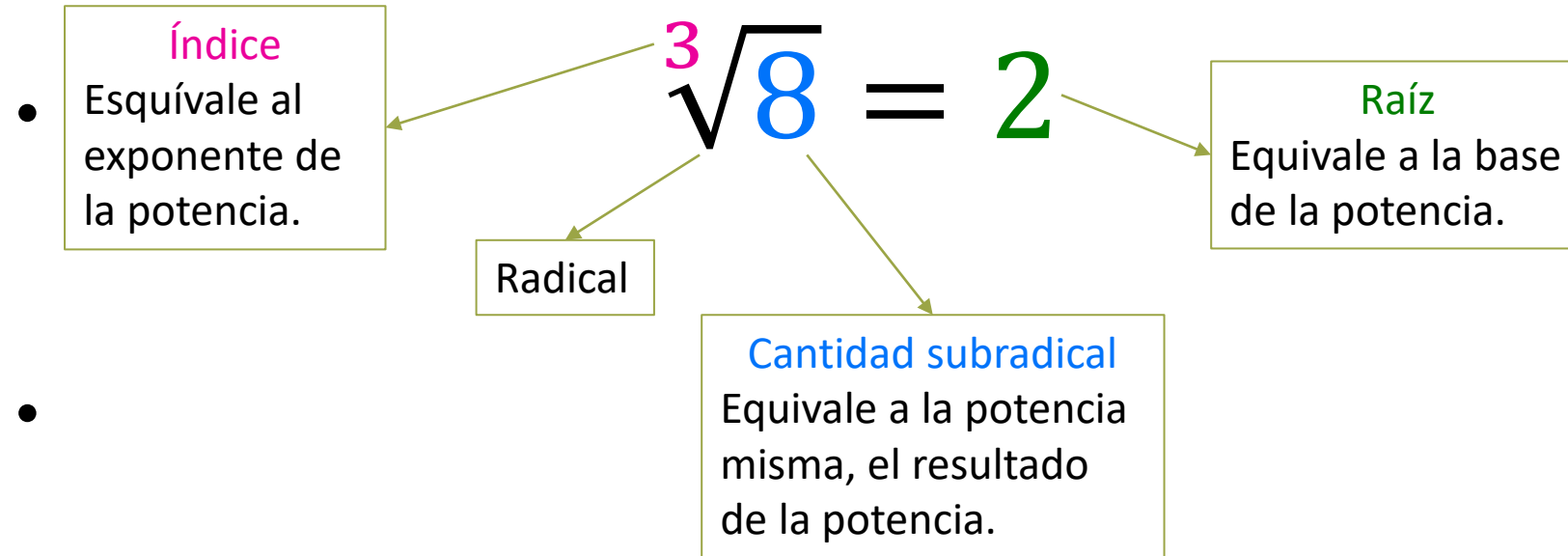
- (a esta raíz se le llama “raíz cúbica” por ser de índice 3)

- $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81 \implies x^4 = 81$

- (a esta a esta raíz se le llama “raíz cuarta” por ser de índice 4)

Raíz

- Partes de una raíz:



Donde $2^3 = 8 \implies x^3 = 8$

Raíz Cuadrada

- Nosotros trabajaremos con raíces cuadrada o sea de índice 2, pero recordemos que cuando el índice es 2 este no se escribe: $\sqrt[2]{3} \Rightarrow \sqrt{3}$
- Ejercicios, calcula las siguientes raíces, dejándolas como en el ejemplo:
 - $\sqrt{25} = 25, \text{ porque } 5^2 = 25$
 - 1) $\sqrt{9} =$
 - 2) $\sqrt{36} =$
 - 3) $\sqrt{16} =$
 - 4) $\sqrt{4} =$
 - 5) $\sqrt{1} =$
 - 6) $\sqrt{64} =$
 - 7) $\sqrt{81} =$
 - 8) $\sqrt{49} =$
 - 9) $\sqrt{121} =$
 - 10) $\sqrt{100} =$
 - 11) $\sqrt{400} =$

Raíz Cuadrada

- Nosotros trabajaremos con raíces cuadrada o sea de índice 2, pero recordemos que cuando el índice es 2 este no se escribe: $\sqrt[2]{3} \Rightarrow \sqrt{3}$
- Ejercicios, calcula las siguientes raíces, dejándolas como en el ejemplo:
 - $\sqrt{25} = 25$, porque $5^2 = 25$
 - 1) $\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$
 - 2) $\sqrt{36} = 6$, porque $6^2 = 36$
 - 3) $\sqrt{16} = 4$, porque $4^2 = 16$
 - 4) $\sqrt{4} = 2$, porque $2^2 = 4$ (observación: $2^2 = 4$, porque $2 \cdot 2 = 4$ y no porque $2 \cdot 2 = 4$)
 - 5) $\sqrt{1} = 1$, porque $1^2 = 1$
 - 6) $\sqrt{64} = 8$, porque $8^2 = 64$
 - 7) $\sqrt{81} = 9$, porque $9^2 = 81$
 - 8) $\sqrt{49} = 7$, porque $7^2 = 49$
 - 9) $\sqrt{121} = 11$, porque $11^2 = 121$
 - 10) $\sqrt{100} = 10$, porque $10^2 = 100$
 - 11) $\sqrt{400} = 20$, porque $20^2 = 400$

Propiedades de las Raíces

- En las raíces se cumplen las mismas propiedades que en las potencias
- **Multiplicación de raíz de igual índice:** se conserva el índice y se multiplican las cantidades subradicales.
(multiplicación de potencias de igual exponente, se conserva el exponente y se multiplican las bases).
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $(a^n \cdot b^n = (ab)^n)$
- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \cdot 2} = \sqrt[3]{10}$ $(7^2 \cdot 3^2 = (7 \cdot 3)^2 = 21^2)$
- **División de raíz de igual índice:** se conserva el índice y se dividen las cantidades subradicales.
(división de potencias de igual exponente, se conserva el exponente y se dividen las bases).
- $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$ $(a^n \div b^n = (a \div b)^n)$
- $\sqrt{15} : \sqrt{3} = \sqrt{15 : 3} = \sqrt{5}$ $(24^7 : 4^7 = (24 : 4)^7 = 6^7)$
- **Raíz de una raíz:** se multiplican los índices y se conserva la cantidad subradical.
(Potencia de potencia, se conserva la base y se multiplican los exponentes).
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[mn]{a}$ $((a^n)^m = a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n} = a^{mn})$
- $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3 \cdot 2]{5} = \sqrt[6]{5}$ $((7^3)^5 = 7^{3 \cdot 5} = 7^{35})$

Ejemplos

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

- 1) $\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{21}$
- 2) $\sqrt[7]{-8} \cdot \sqrt[7]{10} = \sqrt[7]{-80}$
- 3) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{225} = 15$
- (3 · 5 = 15)
- 4) $\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{35^2}$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \circ \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$$

- 1) $\frac{\sqrt[7]{15}}{\sqrt[7]{5}} = \sqrt[7]{\frac{15}{5}} = \sqrt[7]{3}$
- 2) $\sqrt[5]{-35} : \sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{-5}$
- 3) $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{4}} = \sqrt{64} = 8 \quad (16:2 = 8)$
- 4) $\sqrt[9]{21^8} : \sqrt[9]{3^8} = \sqrt[9]{7^8}$

Ejercicios

• 1) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{10} =$

• 2) $\sqrt{6} : \sqrt{3} =$

• 3) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{7}} =$

• 4) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} =$

• 5) $\sqrt{81} : \sqrt{9} =$

Ejercicios

- 1) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{50}$
- 2) $\sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{2}$
- 3) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[20]{7}$
- 4) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{36} = 6$
- 5) $\sqrt{81} : \sqrt{9} = \sqrt{9} = 3$

Debo recordar las reglas de divisibilidad

- **Regla del 2:** un número se puede dividir por 2 cuando su último dígito es 0 o par.

• Ejemplos: 20 - 36 - 100 - 8 - 24 - 12

• Contraejemplos: 21 - 15 - 421 - 37

- **Regla del 3:** un número se puede dividir por 3 cuando la suma de sus dígitos resulta un múltiplo de 3.

• Ejemplos: 111 - 96 - 15 - 12 - 24 - 777 - 9

$1+1+1=3$ $9+6=15$ $1+5=6$ $1+2=3$ $2+4=6$ $7+7+7=21$ $9=9$

• Contraejemplos: 13 - 20 - 23 - 125

$1+3=4$ $2+0=2$ $2+3=5$ $1+2+5=8$

- **Regla del 5:** un número se puede dividir por 5 cuando su último dígito es 0 o 5.

• Ejemplos: 20 - 100 - 15 - 25 - 50 - 5

• Contraejemplo: 21 - 12 - 77 - 23

Descomposición de una Raíz y Operaciones



¿Qué hay que recordar?

- $a = a^1 \rightarrow 5 = 5^1$
- $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{7} = \sqrt[2]{7}$ (Si el índice es 2, no se escribe)
- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \rightarrow \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$
- $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \rightarrow \sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ (vice versa, también con la división)

Cuadrado Perfecto

- Es el resultado de una potencia cuadrada, o sea, es un número cuya raíz cuadrada es un número exacto, ejemplo:

1 es cuadrado perfecto de 1	121 es cuadrado perfecto de 11
4 es cuadrado perfecto de 2	144 es cuadrado perfecto de 12
9 es cuadrado perfecto de 3	169 es cuadrado perfecto de 13
16 es cuadrado perfecto de 4	196 es cuadrado perfecto de 14
25 es cuadrado perfecto de 5	225 es cuadrado perfecto de 15
36 es cuadrado perfecto de 6	256 es cuadrado perfecto de 16
49 es cuadrado perfecto de 7	289 es cuadrado perfecto de 17
64 es cuadrado perfecto de 8	324 es cuadrado perfecto de 18
81 es cuadrado perfecto de 9	361 es cuadrado perfecto de 19
100 es cuadrado perfecto de 10	400 es cuadrado perfecto de 20

- Pedir sacar
- Pantallazo

Descomponer una Raíz

- Se trata de descomponer la cantidad subradical (lo que está bajo la raíz) en al menos en un factor que sea cuadrado perfecto, o como en este ejemplo en factores primos:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad \sqrt{72} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} \\
 & \bullet \quad = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} \\
 & \bullet \quad = \sqrt{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3 \cdot 3} \\
 & \bullet \quad = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} \\
 & \bullet \quad = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \\
 & \bullet \quad = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \\
 & \bullet \quad = 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

- Ejercicios:
- 1) $\sqrt{12}$
- 2) $\sqrt{75}$
- 3) $\sqrt{150}$

Adición y Sustracción con Raíces

- Una vez que se descomponen la raíces se sumaran o restaran las raíces con igual índice y cantidad subradical, sumando o restando el factor que los acompaña (se opera como si fueran términos semejantes), ejemplo:
- $\sqrt{12} + \sqrt{150} - \sqrt{75} =$
- Resolver en pizarra.

Adición y Sustracción con Raíces

- Ejercicios:
- 1) $\sqrt{20} - \sqrt{80} - \sqrt{125} + \sqrt{45} =$
- 2) $5\sqrt{20} - 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} + 2\sqrt{45} =$
- Resolver en pizarra.