## Guía de Aprendizaje Nº 1

# “USEMOS NÚMEROS Y LETRAS”

Educación Matemática
Primer Nivel o Ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Avda. Bernardo O'Higgins 1371, Santiago de Chile

Guía de Aprendizaje N°1
**USEMOS NŪMEROS Y LETRAS**
**Primer Nivel o Ciclo de Educación Media**
**Educación para Personas Jōvenes y Adultas**

Segunda edición, año 2013
Inscripción Nº 212.873

Autores:
Mauricio Huircán Cabrera

Colaboradores:
Nicolás de Rosas Cisterna, Rosita Garrido Labbé, María Angélica Contreras Fernando, Pablo Canales Arenas y Carolina Marambio Cárcamo, Jenny Marisel Contreras Verdejo, Katherina Soledad Carmona Valdes, Walter Roberto Valdivieso Sepúlveda, Manuel Ernesto Urzúa Bouffanais.

Edición:
Jose Luis Moncada Campos

Revisión editorial matemática:
Carla Falcón Simonelli

Coordinación Nacional de Educación de Personas Jóvenes y Adultas
División de Educación General

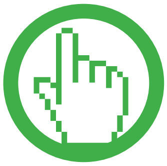
Reimpresión por A Impresores, año 2019

# Iconografía

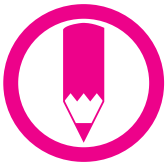
**Información**
**Indica que aparece información en el contenido.**

**Atención**
**Indica que el cuadro posee información clave para comprender el contenido.**

**Tips**
**Indica al estudiante información breve respecto de un tema.**



**Página Web**
**Indica una página web que complementa el contenido.**



**Actividad**
**Indica que el estudiante debe aplicar lo aprendido en ejercicios propuestos.**

**Actividad en el cuaderno**
**Indica que el estudiante debe desarrollar el trabajo propuesto en su cuaderno.**

**Evaluación**
**Indica una evaluación final de contenidos.**

# Presentación

"Es muy común que las personas en nuestro país, tengan la percepción de que las matemáticas son “ideas y cosas” muy difíciles de aprender, casi inalcanzables y por lo tanto, al momento de enfrentarse a ellas, sienten temor de no comprenderlas o simplemente de equivocarse al resolver un ejercicio. El material de apoyo que usted tiene en sus manos y que la Coordinación Nacional de Educación para Personas Jóvenes y Adultas del Ministerio de Educación pone a su disposición, ayudará a cambiar esa concepción y los posibles prejuicios que tenga el lector, pues desarrolla conceptos matemáticos necesarios de aprender en este nivel, de manera que van desde lo más simple a lo más complejo. Además, permitirá que usted desarrolle la capacidad de autoaprendizaje, todo lo anterior mediante un ciclo de guías para las modalidades Regular y Flexible de Educación para Personas Jóvenes y Adultas.

El desarrollo de las guías considera la secuencia didáctica: Inicio – Desarrollo – Cierre, tratando de fomentar la rigurosidad y precisión de los conceptos matemáticos. Es importante destacar que el proceso de aprendizaje de la matemática y otras ciencias, es un proceso que pasa por la dedicación y trabajo personal de quien desea aprender.

Esta guía, que trata contenidos que refuerzan y extienden lo ya aprendido en los niveles anteriores, está organizada en 3 guías de aprendizaje: El conjunto numérico de los enteros ( $\mathbb{Z}$ ), los racionales ($\mathbb{Q}$) y los irracionales ($\mathbb{Q}'$ o $I$ ). Además, contiene elementos y lenguaje algebraico, algunas convenciones del lenguaje matemático, el uso de los paréntesis y valoración de expresiones algebraicas.

Al final de cada unidad de trabajo se encuentran ejercicios y situaciones que le servirán para evaluar el nivel de logro respecto de los aprendizajes desarrollados. Lo invitamos a trabajar de manera muy dedicada en esta guía y descubrir lo fácil que pueden ser los conceptos matemáticos y hacerlos parte de su vida.

## Guía de trabajo Nº 1

# Los números me sirven...

**Contenidos**

- **Identificación y uso de números enteros en contextos cotidianos, orden, operatoria, representación en la recta numérica y aplicación a situaciones problemáticas.**
- **Uso de las letras en el lenguaje algebraico, convenciones del lenguaje matemático, uso de paréntesis.**


## ¿DE DÓNDE VIENEN LOS NÚMEROS?

Así como ahora, antiguamente, el ser humano tenía que cubrir ciertas necesidades básicas como comer y abrigarse. Uno de los problemas que enfrentaba era el de saber cuántos animales debía cazar para alimentar a su grupo, o cuántas pieles necesitaba para hacer su ropa. Luego aprendió a cultivar la tierra y criar animales, y surgieron otras necesidades como por ejemplo, si dejaba a los animales salir a pastar, debía contar los que salían para saber si volvía la misma cantidad. Otras preguntas que lo preocupaban eran, **¿cuánto tiempo falta para que venga la época de lluvias o cuánto terreno debo cultivar?**

Para responder a estas preguntas los seres humanos crearon el lenguaje de los números y también distintos métodos para contar. Al comienzo utilizaban piedras, pequeños palitos de madera, nudos de cuerdas, o sus propios dedos. A medida que pasó el tiempo comenzaron a usar símbolos gráficos como señales para contar, como marcas en una vara o simplemente trazos específicos sobre la arena; y muchos años después, otros símbolos llamados números.

Así como los números nacen de la necesidad de contar objetos, su evolución surge como necesidad también de dar respuesta a situaciones diversas; por ejemplo, el cero responde a la necesidad de mostrar que no hay elementos en un conjunto o **¿con qué números puedo representar lo que "me falta" o lo que "debo"?**

# vivan los enteros, los naturales y muchos más. Donde miro aparecen números. "Actualización de números enteros"

## LOS NÚMEROS ENTEROS

Recordemos que el conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$) incluye a los números naturales ($\mathbb{N}$), los números negativos y el cero. Para diferenciar los números positivos de los negativos, se escribe un signo "menos" delante del número . Veamos el esquema y la recta numérica:

**NÚMEROS ENTEROS**

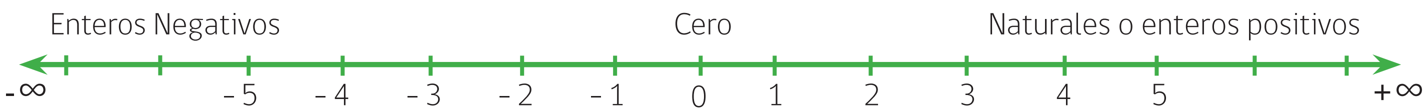
Compuestos por

**Números enteros negativos** ($\mathbb{Z}^-$)

**Cero** (0)

**Enteros o naturales positivos** ($\mathbb{Z}^+$)

## REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA




## OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO

Cada número entero tiene un opuesto en la recta numérica que está al otro lado de 0, exactamente a igual unidades de distancia. Así, el opuesto de 3 es - 3 y el opuesto de - 5 es 5. Por supuesto que el opuesto de 0 es 0, por lo que es evidente que - 0 es igual a 0.

## ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros, al igual que los naturales, son un conjunto de números ordenado, es decir, al considerar dos números distintos, es menor el que queda a la izquierda en la recta numérica. Así, por ejemplo:

2 es menor que 5 porque 2 está a la izquierda de 5;

-5 es menor que -2 porque -5 está a la izquierda de -2.

De otro modo, también se puede decir que es mayor el número que queda a la derecha en la recta numérica, por ejemplo, 0 es mayor que -1 y también, mayor que -4.

# USO DE LOS SÍMBOLOS < (MENOR QUE) Y > (MAYOR QUE).

Para comparar números enteros, se utilizan los símbolos < (menor que) y > (mayor que).

**Ejemplos:**

2 es menor que 5 se escribe, $2 < 5$;

0 es mayor que −1 se escribe, $0 > -1$;

− 5 es menor que −2 se escribe, $-5 < -2$

$0 > -4$ se lee "0 es mayor que −4 "

**TIPS**

Para escribir conjuntos en lenguaje matemático, se necesita la siguiente nomenclatura: $\in$ : "pertenece a"; / : "tal que"; $\wedge$ : "y". He aquí algunos ejemplos de conjuntos de números enteros:

- Números menores que 0: $\{ x \in \mathbb{Z} / x < 0 \}$
- números mayores o iguales que −2: $\{ x \in \mathbb{Z} / x \geq -2 \}$
- números mayores que −8 y menores o iguales que −4: $\{ x \in \mathbb{Z} / x > -8 \wedge x \leq -4 \}$ o $\{ x \in \mathbb{Z} / -8 < x \leq -4 \}$.

**Actividad en el cuaderno**

a) Dibuje una recta numérica graduada de 1 en 1, que incluya los números enteros desde - 12 a 12.

b) En la recta dibujada en (a) marque con un círculo negro (●) - 11 y su opuesto; con un cuadrado negro (■) 10 y su opuesto; marque con una cruz (x) los números enteros menores que - 7.

c) Escriba el opuesto de - 3; el opuesto 8; el opuesto del opuesto de - 12.

d) Dibuje una nueva recta numérica graduada de 1 en 1, que incluya los números enteros desde - 8 a 8.

e) Marque con una cruz los números mayores o iguales a - 2; marque con un círculo negro los números mayores que - 8 y menores o iguales que - 4.

f) Escriba los números del siguiente conjunto $\{ x \in \mathbb{Z} / -6 < x \leq 2 \}$

# VALOR ABSOLUTO

El **valor absoluto** de un número representa la distancia entre la posición donde está el número y el cero. Se trata de la distancia absoluta, es decir, no importa si esta distancia se mide (desde 0) hacia la derecha o hacia la izquierda. Por eso, el valor absoluto de un número negativo es igual al mismo número pero sin signo. El valor absoluto se denota escribiendo el número entre dos barras verticales paralelas: | |

**Ejemplos:**

$|-5| = 5$ $\quad |-17| = 17$ $\quad |-134| = 134$

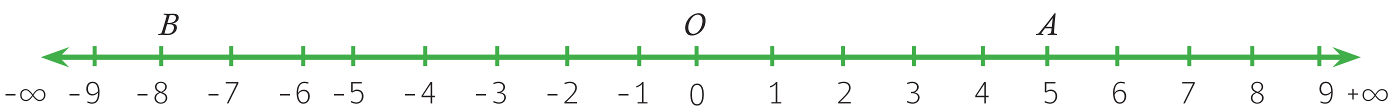
$|5| = 5$ $\quad |17| = 17$ $\quad |134| = 134$

$|0| = 0$

**TIPS**

- El valor absoluto de un número positivo es el mismo número.
- El valor absoluto de un número negativo es el número sin signo.
- El valor absoluto de 0 es 0

**ACTIVIDAD** Dada la recta numérica de la figura:




Determine la longitud del segmento $\overline{OA}$ en unidades de la recta numérica y escríbala como el valor absoluto de un número.

Determine el segmento cuya longitud es $|-8|$

Determine la distancia entre los puntos A y B. Exprese esta distancia como una suma de valores absolutos.

Calcule: a) $|-2| =$ b) $|-7| =$ c) $|4| =$ d) $|5 - |-8|| =$

ACTIVIDAD **Lea atentamente el siguiente texto: "Viajando desde Butalelbún hasta los Ángeles" y luego desarrolle las actividades:**


**DISTANCIAS DESDE RALCO :**

| | |
|---|---|
| PITRIL | 12 Km. |
| OTUE | 21Km. |
| CAUÑICU | 29 Km. |
| TERMAS AVELLANO | 18 Km. |
| TERMAS NITRAO | 51Km. |
| LAGUNA EL BARCO | 80 Km. |
| LAGUNA LA MULA | 84 Km. |
| RESERVA RALCO | 65 Km. |
| EMBALSE RALCO | 35 Km. |
| EMBALSE PANGUE | 6 Km. |

Eran las cuatro de la madrugada, la temperatura oscilaba alrededor de los cinco grados bajo cero. Ponoylew y Coyihuil montaron un caballo, ella al anca, se abrazó fuertemente a su esposo bajo la gruesa manta y emprendieron el recorrido de cuatro kilómetros hacia el paradero del bus. En el camino cruzaron tres brazos del río; luego, en bus, recorrieron aproximadamente sesenta y cinco kilómetros para llegar a la Villa Ralco y desde ahí, ochenta y cuatro kilómetros para Los Ángeles. (velocidad promedio entre Ralco y los Ángeles: 80 km/h).

**a)** Escriba todos los números que aparecen en esta situación:

**b)** Si el bus recorre el camino hasta Ralco, a una velocidad promedio de 35 km/h. Complete la tabla con los tiempos que tarda a cada comunidad:

| | Pitril | Otue | Cauñicu | Malla Malla | Trapa Trapa | Butalelbun |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia desde Ralco a: | 12 km | 21 km | 29 km | 35 km | 50 km | 65 km |
| Velocidad Bus | $v$ = 35 km/h | 35 km/h | 35 km/h | 35 km/h | 35 km/h | 35 km/h |
| Tiempo Empleado | $t = \frac{d}{v}$ <br> $\frac{12\text{ km}}{35\text{ km/h}} = 0{,}34\ h$ | | | | | |

**c)** Del ejercicio anterior, escriba en minutos el tiempo empleado en cada caso.

**TIPS**

Para transformar horas a minutos, se debe multiplicar por 60.
Por ejemplo,
2 horas equivalen a 2 x 60 = 120 minutos;

0,25 horas = 0,25 x 60 = 15 minutos;

$\frac{1}{2}$ hora = $\frac{1}{2} x\,60 = 30$ minutos.

## ACTIVIDAD Resuelva cada situación propuesta:

**a)** Construya una recta numérica convenientemente graduada, en la que ubique de manera aproximada todas las distancias enunciadas en el ejercicio (b) de la página anterior

**b)** A partir de la recta que usted construyó, redacte dos preguntas que se puedan responder con los datos de la situación expuesta

**c)** Resuelva las preguntas creadas, justificando cada paso de la solución.

**d)** Suponga que el paradero de bus está a la puerta de la casa de Ponoylew y Coyihuil. En este caso determine la distancia recorrida por ellos en bus a la ciudad de los Āngeles y el tiempo total que han demorado; suponga una velocidad promedio del bus $v$ = 80 km/h.

**ACTIVIDAD** **Resuelva los siguientes ejercicios y aplicaciones:**

**1)** Determine el número entero que sugiere cada frase y escriba su valor absoluto:

**a)** Nueve segundos antes del despegue: ..................................................

**b)** Quince grados bajo cero: ..................................................

**c)** La temperatura subió de menos cuatro grados a dos grados sobre cero: ........................

**d)** El déficit del balance es de dos millones de pesos: ......................................

**e)** En la venta de libros usados gané once mil pesos: ......................................

**f)** El negocio fue tan malo que no hubo pérdida ni ganancia: ..................................

**g)** Nueve mil pies sobre el nivel del mar: ..................................................

**2)** Dibuje una recta numérica y ubique en ella los números de las frases a, b, c y f de la actividad anterior:

**3)** Escriba un antónimo de la palabra **destacada** y comente con sus compañeros (as) ejemplos de la vida real en donde sean utilizados estos términos junto a un número:

**a) Antes y** .................................. .**b) Eleva y** ..............................

**c)** ..............................**y antecede** **d).** ............................**y adelantar**

## ACTIVIDAD Operaciones aritméticas con números enteros:

**Resuelva los siguientes ejercicios numéricos de acuerdo a lo indicado en cada caso:**

**a)** Números enteros positivos: cuando se suman, multiplican o se dividen, el resultado es un número positivo:

32 + 5 + 8 = ☐ 25 • 7 = ☐ 39.537 : 69 = ☐

**b)** Números enteros negativos: cuando se suman, el resultado es un número negativo; al multiplicarse o dividirse, el resultado es un número positivo:

-32 + ( -5)= ☐ -15 • (-7) = ☐ - 51.402 : -659 = ☐

**c)** Números enteros de distinto signo: Cuando se suman, se restan los valores absolutos y se conserva el signo del número con mayor valor absoluto.

71 + ( -5) = ☐ -251 + 169 = ☐ -151 + 16 - 319 = ☐

**d)** Al multiplicar o dividir dos números de distinto signo el resultado es un número negativo:

-21 • 4 = ☐ - 1.701 : 567 = ☐ 3.723 : -3 = ☐

# OPERACIONES ARITMÉTICAS CON PARÉNTESIS

$+(a) = +a$

$+(-a) = -a$

"Si delante del paréntesis hay un signo (+), el signo interior se conserva": **+ (+3) = + 3 = 3**

**+ (−2) = −2**

$-(+a) = -a$

$-(-a) = +a$

"Si delante del paréntesis hay un signo (−), el signo interior se cambia al signo contrario":

**−(+4) = −4**

**−(−5) = +5**

**Ejemplo:**

15 − (−2) quitando paréntesis: 15 + 2 = 17

15 − (+2) quitando paréntesis: 15 − 2 = 13

15 + (−2) quitando paréntesis: 15 − 2 = 13

15 + (+2) quitando paréntesis: 15 + 2 = 17

TIPS

1. En la operatoria con signos + o − consecutivos, se puede aplicar la siguiente regla de signos:

- Signos iguales se reemplazan por un +
- Signos diferentes se reemplazan por un −

2. Un paréntesis señala que primero deben hacerse las operaciones que están dentro de él.

ACTIVIDAD

## Operatoria de números enteros con paréntesis

**a)** (+3) + (+5) =

**b)** (+7) + (−4) =

**c)** (−7 + (+8)) =

**d)** (−5) + (−9) =

**e)** (−4) − (−12) =

**f)** − (−13) + (−6) =

**g)** (5 − 3) + (8 − 2) =

**h)** − (9 − 7) − (5 − 9) =

**Trabajando con números enteros, sus signos y paréntesis:**

Es posible resolver los ejercicios que involucran sumas o restas dentro de un paréntesis de un modo equivalente al visto en la página 15 (primera forma).

**Paréntesis precedido de signo +**

## PRIMERA FORMA:

Se resuelve la suma indicada entre paréntesis y luego se desarrolla la operación indicada:

4 + (9 – 6 + 3) =
4 + (+6) =
4 + 6 =
10

–16 + (–8 + 2) =
– 16 + (–6) =
– 16 – 6 =
– 22

## SEGUNDA FORMA:

Se eliminan el paréntesis y el signo que lo precede; enseguida se efectúan las operaciones de izquierda a derecha:

4 + (9 – 6 + 3) =
4 + 9 – 6 + 3 =
10

–16 + (–8 + 2) =
– 16 – 8 + 2 =
– 22

**Paréntesis precedido de signo –**

## PRIMERA FORMA:

Se resuelve la suma indicada entre paréntesis y luego se desarrolla la operación indicada:

–16 – ( – 6 + 8) =
– 16 – (2) =
– 16 – 2 =
– 18

4 – (9 – 6 + 3) =
4 – (6) =
4 – 6 =
– 2

## SEGUNDA FORMA:

Se eliminan el paréntesis y el signo menos que lo precede; se cambian los signos de todos los números que están dentro y luego se efectúan las operaciones de izquierda a derecha:

–16 – ( – 6 + 8) =
– 16 + 6 – 8 =
– 18

4 – (9 – 6 + 3) =
4 – 9 + 6 – 3 =
–2

TIPS

PARA ELIMINAR PARENTESIS

• Si un paréntesis está precedido de signo +, se elimina el paréntesis y se conservan los signos.
• Si un paréntesis está precedido de signo –, se elimina el paréntesis y se cambian los signos dentro del paréntesis. El signo – antes del paréntesis, desaparece.

Actividad en el cuaderno

**1)** Resuelva los ejercicios aplicando ambas formas:

**a)** –16 + (–6 –8) =
**b)** 3 + (25 – 9 + 16)
**c)** 1 + (27 – 9) + (19 – 29)

**2)** Resuelva los ejercicios usando la forma que más le acomode para trabajar con paréntesis:

**a)** 5 – (+8 + 6) =
**b)** – (–8) + (–3) ((–3) + 8) =
**c)** 3 – ( 6 • 3) + 12 =
**d)** (–8) – (15) =
**e)** – (8 – 7) + (7 – 8) =
**f)** –14 – (–15 + 19) =
**g)** (5 – 7) + (15 – 16) =
**h)** – (–18) – (+13) – (–8) =
**i)** 0 • (–8) + 5 + 0 • 9 =
**j)** 18 – (+11) – (–14) =
**k)** (–27 : (–3)) –3 (–1) + –5 • 2 =
**l)** (24 – 16) – (25 – 18) =

# PARÉNTESIS DENTRO DE PARÉNTESIS

TIPS

Para resolver ejercicios combinados hay, por lo menos, dos formas:
(i) se puede iniciar el trabajo desde el primer nivel de paréntesis interior **(paréntesis rojo).** Luego operar el segundo nivel de paréntesis **(paréntesis azul),** y así sucesivamente.
(ii) Se puede ir eliminando los paréntesis desde afuera hacia adentro.

**Ejemplo:**

**Trabajo desde adentro hacia afuera:**

$-8-\{5+(-1-3)\}=$

$-8-\{5+(-4)\}=$

$-8-\{5-4\}=$

$-8-\{1\}=$

$-8-1=$

$-9$

**Trabajo desde afuera hacia adentro:**

$-8-\{5+(-1-3)\}=$

$-8-5-(-1-3)=$

$-8-5+1+3=$

$-9$

**ACTIVIDAD** **Aplique lo aprendido: elija la forma de trabajo que considere más simple**

**a)** $- 9 - \{6 + ( -3 - 4) \} =$

**b)** $3 + \{ -1 + 5 \} - 3 - \{-1 - 5\} =$

**c)** $6 - (8 - \{5 - 2\} + 1) =$

**d)** $\{1 + (0 - 2)\} - \{3 - (-1 - 0)\} =$

**e)** $1 + \{-1 + [-1 + (1 - 1)]\} =$

**f)** $1 + \{1 - [-1 - (-1) - 1 + 1 + (-1) ] \} =$

**g)** $10 - \{10 - [-10 - (-10) + 10] - 10 + -100\} =$

**h)** $-5 - \{5 - [ -51 - (-51) + 15] - 15 + -15\} =$

**i)** $-21 - \{21 - [ -21 - (-21 - (-21) ) + 21] \} =$

**j)** $-1 - \{1 - [-1 - (-1) + 1] - 1 + (-1) \} =$

# EVALUACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y EJERCICIOS COMBINADOS

Dados a= 3 ; b= - 3 ; c= 2, evaluar

a) -a + b - 4c =

- 3 + - 3 - 4 · 2 =
- 3 + - 3 - 8 =
- 14

b) b- [ -b - c ] + a =

-3 - [ - -3 - 2 ] + 3 =
-3 - [ 3 - 2 ] + 3 =
-3 - [1] + 3 =
-1

TIPS

**DEFINICIONES DE ÁLGEBRA**

- **Término algebraico:** expresión que consta de un signo, una sola letra o número, o un número y una o más letras, no separadas de signos + o - . Ejemplos: x, -3, $2y^5$, $-4xy^2z$, $0{,}5\,\frac{a}{b}$ . Un término sin signo, se entiende precedido de un signo +.
- **Expresión algebraica:** expresión formada por varios términos separados de signo +. Ejemplo: $3x^2 + 2y + -1$, comúnmente se escribe: $3x^2 + 2y - 1$. Otros ejemplos: $-4xy^2z - 2y^5$; $x - 3 + \frac{a}{b}$
- **Evaluar una expresión algebraica** es reemplazar las letras (variables) por los valores dados (números) y efectuar las operaciones indicadas hasta llegar al resultado que es el valor de la expresión en este caso.

Actividad en el cuaderno

Evalua cada expresión algebraica para los valores indicados:

**a)** $a = 5$ ; $b = 3$ ; $c = 6$ ; evaluar: $3a - 5b - c$

**b)** $x = 10$ ; $y = 4$ ; $z = 6$ ; evaluar: $\frac{x}{5} - \frac{x}{2}\,(y - z)$

**c)** $a = 7$ y $c = -8$; evaluar: $-[a - a(3c - 6) - a$

**d)** $z = -3$ ; evaluar: $z - [-z - (-z) + z]$

TIPS

**PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES**

Al resolver una operatoria de números se procede en el siguiente orden:

1. Se resuelven las potencias.
2. Se resuelven los paréntesis.
3. Se resuelven las multiplicaciones o divisiones; si aparecen juntas se procede de izquierda a derecha.
4. Se resuelven las sumas o restas.

# PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON NŪMEROS ENTEROS

**ACTIVIDAD** **Complete la tabla verificando las propiedades que faltan con los números enteros dados:**

| **Nombre de Propiedades** | **Propiedad** | **Ejemplo** |
|---|---|---|
| | $a \in \mathbb{Z}$ ; $b \in \mathbb{Z}$ ; $c \in \mathbb{Z}$ | $a = -3$; $b = 5$; $c = -4$ |
| Cerradura:<br>Propiedad clausura | $(a + b) \in \mathbb{Z}$ | $(-3 + 5) = 2$<br>$2 \in \mathbb{Z}$ |
| Propiedad asociativa | $(a \bullet b) \in \mathbb{Z}$ | |
| | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | |
| Propiedad conmutativa | $(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$ | $(-3 \bullet 5) \bullet -4 =$<br>$-15 \bullet -4 =$<br>$60$<br>$-3 \bullet (5 \bullet -4) =$<br>$-3 \bullet (-20) =$<br>$60$ |
| | $a + b = b + a$ | |
| | $a \bullet b = b \bullet a$ | |
| Propiedad distributiva | $a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$ | |
| | $(a + b) \bullet c = a \bullet c + b \bullet c$ | |
| Elemento Neutro Aditivo | $a + 0 = 0 + a = a$ | |
| Elemento Neutro Multiplicativo | $a \bullet 1 = 1 \bullet a = a$ | |
| Elemento Inverso Aditivo | $a + (-a) = a + -a = 0$ | |

**ACTIVIDAD** **Identifique y escriba el nombre de la propiedad que corresponde en cada caso:**

**a)** $(5 + 7) + 9 = 5 + (7 + 9)$ ..................................................

**b)** $(7 + 9) \bullet -2 = -2 \bullet (7 + 9)$ ..................................................

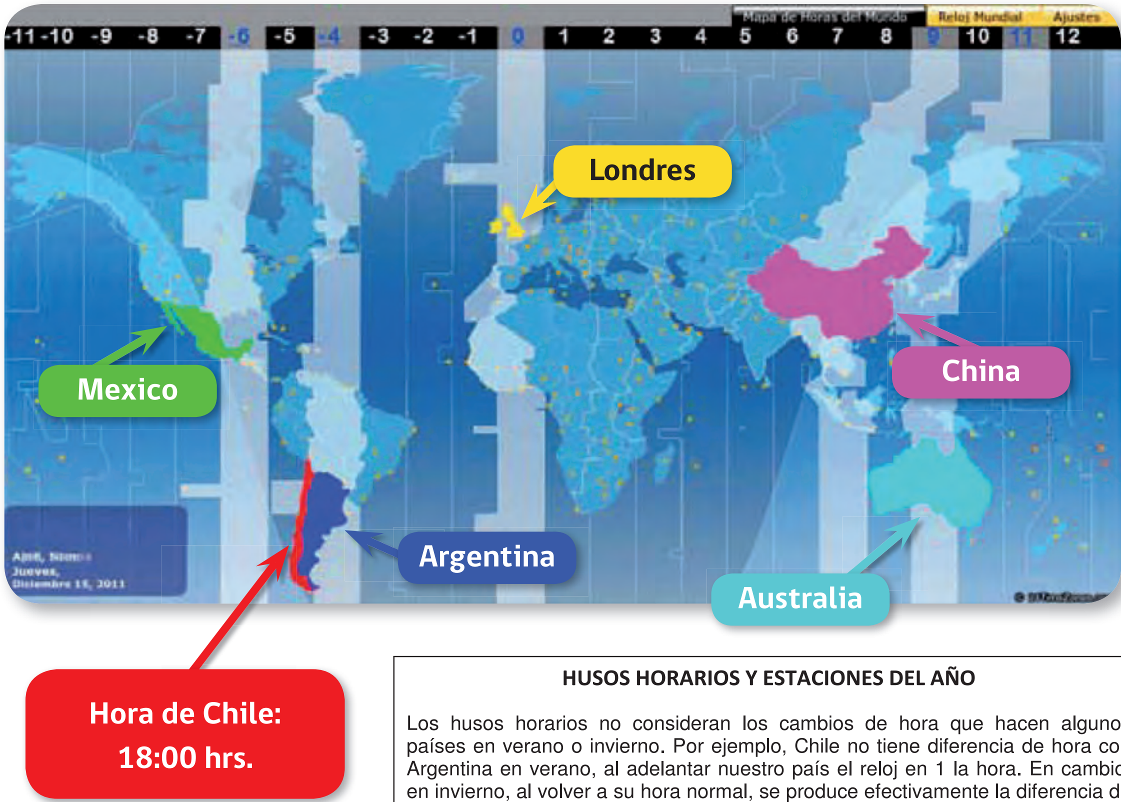
**c)** $(3 + 9) \bullet -2 + 6 = (3 \bullet -2 + 9 \bullet -2) + 6$ ..................................................

**d)** $(-2 + 5) \bullet 1 = (2 + 5)$ ..................................................

**e)** $(-3 + 5) + [-(-3 + 5)] = 0$ ..................................................

Actividad en el cuaderno

Un mapa de husos horarios consiste en franjas de área longitudinal de la Tierra tal como se puede observar en la ilustración de abajo. La hora de cada huso está referida al huso 0, correspondiente al Meridiano de Greenwich, en Londres, Inglaterra. Por ejemplo, de acuerdo al mapa, cuando en la zona de este meridiano son las 0 horas o media noche, en Chile es 5 horas más temprano, es decir, las 19 horas o 7 de la tarde; en cambio, en la zona más occidental de Australia, son las 8 de la mañana. Entonces, si en Chile son las 18:00 horas de un día de invierno ¿cuál es la hora en el resto de los países señalados en el mapa de husos horarios?




**HUSOS HORARIOS Y ESTACIONES DEL AÑO**

Los husos horarios no consideran los cambios de hora que hacen algunos países en verano o invierno. Por ejemplo, Chile no tiene diferencia de hora con Argentina en verano, al adelantar nuestro país el reloj en 1 la hora. En cambio, en invierno, al volver a su hora normal, se produce efectivamente la diferencia de 1 hora según se infiere de los respectivos husos horarios y en Chile es más temprano.

**a)** Si en Chile son las 18:00 horas, **¿qué hora es en Argentina?**

**b)** Si Felipe vive en Chile y quiere ver por televisión un partido de fútbol que se realizará en México a las 15:30 horas, **¿a qué hora puede verlo en la televisión si lo transmitirán en directo?**

**c)** María está en Londres y quiere llamar a su mamá que está en China **¿cuántas horas de diferencia debe considerar?**

**d)** **¿Cuántas horas de diferencia hay entre Londres y Buenos Aires?**, **¿cuántas horas de diferencia hay entre Londres y Australia?**, **¿es la misma hora en Australia que en Chile?**

## ACTIVIDAD Resuelva cada situación según lo indicado:

**1)** Temperaturas de Puerto Natales en una semana de invierno


**Puerto Natales**

| | | |
|---|---|---|
| Lunes | mín. -2ºC<br>máx. 0ºC | Cubierto y nevadas |
| Martes | mín. -7ºC<br>máx. -3ºC | Nublado y nevadas variando a nubosidad parcial |
| Miércoles | mín. -5ºC<br>máx. -1ºC | Nublado |
| Jueves | mín. -2ºC<br>máx. -1ºC | Nubosidad parcial variando a nublado y chubascos de nieve |
| Viernes | mín. -9ºC<br>máx. -2ºC | Nubosidad parcial ocasionalmente nublado y chubascos de nieve |

**a) ¿Qué día la temperatura mínima fue más alta?**

**b) ¿Qué día la temperatura máxima fue menor?**

**c) ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura mínima y máxima el día viernes?**

**d)** Si la temperatura mínima del sábado, baja 4 grados respecto de la mínima del viernes, **¿cuál fue la temperatura mínima del sábado?**

**e)** El domingo la temperatura mínima fue de 6 grados y se produjo a las 7 A.M. Luego subió 1 grado cada 2 horas **¿Cuál fue la temperatura a las 11 A.M.?**

**2)** Un buzo está haciendo una investigación en el mar, si desciende 12 metros de profundidad, luego sube 3 metros y vuelve a descender 3 veces la profundidad inicial, **¿a qué profundidad llegó?**

**3)** Escriba una situación o problema donde la solución se obtenga utilizando la operacion aritmética dada:

**a)** $3 \cdot (-9) =$

**b)** $(-6) : 2 =$

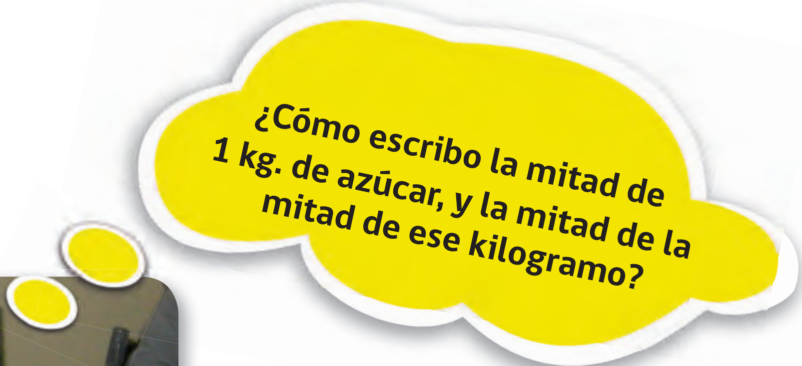
**c)** $(-12) + (-15) =$

**d)** $(-27) + 50 =$

# Guía de trabajo Nº 2
# “Números Reales”
# ¡Los racionales y muchos más!

**Contenidos**

- **Identificación y uso de números racionales en contextos cotidianos, representación decimal, orden, operatoria representada en la recta numérica y aplicación a situaciones problemáticas.**
- **Uso de las letras en el lenguaje algebraico, convenciones del lenguaje matemático, uso de paréntesis.**
- **Valoración de expresiones algebraicas.**
- **Números irracionales.**




Actividad en el cuaderno

Escriba como fracciones las interrogantes de la estudiante


"Los números enteros son útiles para contar y ordenar, pero hay veces en las que es necesario dividir la unidad en partes iguales para poder expresar una medida: la mitad, la tercera parte, etc. Estas cantidades se expresan por medio de fracciones, las que se escriben de la forma $\frac{a}{b}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$, donde $a$ se llama numerador y $b$ denominador. El denominador indica las partes iguales en que se divide el entero; el numerador indica cuántas de esas partes se consideran. El resultado de dividir numerador por denominador de una fracción es la representación decimal de la fracción. Al conjunto de todas las fracciones también se le llama conjunto de números racionales. Se representa como:

$$\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \}$$

# ESQUEMA DE LOS NÚMEROS

**Números reales ($\mathbb{R}$)**

**Números Irracionales ($\mathbb{Q}'$)**

**Números Racionales o fraccionarios ($\mathbb{Q}$)**

**Números Enteros ($\mathbb{Z}$)**

Compuestos por

**Números Enteros Negativos**

**Cero**

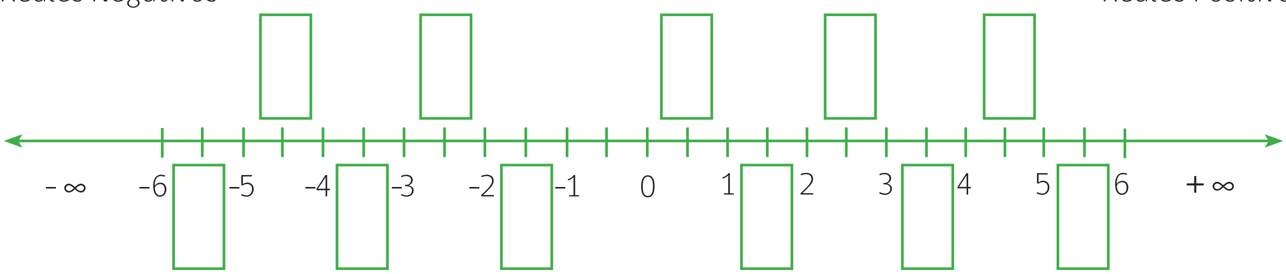
**Números Naturales o Enteros Positivos**

**ACTIVIDAD** **Complete los cuadros de la recta numérica usando las fracciones en rojo:**

$\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, 1\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{-9}{2}, \frac{-7}{2}, -\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, -5\frac{1}{2}$

Reales Negativos

Reales Positivos



# TRABAJEMOS CON LOS NÚMEROS RACIONALES

Resuelva las siguientes preguntas y explique su respuesta

**1) ¿En cuántas bolsas de medio kilogramo se pueden repartir 80 kilogramos de azúcar?**

**Cálculos:**

- Explicación:

**2) ¿Cuántas cajas de litro y medio de jugo se necesitan para envasar 80 litros?**

**Cálculos:**

- Explicación:

**3)** En Física, la velocidad ($v$) de una partícula con Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), se calcula como el cociente o razón entre la distancia ($d$) recorrida por éste y el tiempo ($t$) que emplea en recorrerla. Calcule lo pedido en cada caso:

**TIPS**

La distancia se calcula: $d = v \cdot t$

El tiempo se calcula: $t = \dfrac{d}{v}$

La velocidad se calcula: $v = \dfrac{d}{t}$

Calcule lo pedido en cada caso ( NO USAR CALCULADORA ) :

**a)** Calcule la velocidad $v$ de un tren que recorre 550 $km$ en 8 $h$

**b)** Calcule la velocidad $v$ de un móvil que recorre 900 $m$ en 8 $s$

**c)** Calcule el tiempo que demora una bicicleta en recorre 70 $km$, si viaja a una velocidad de 16 $\dfrac{km}{h}$

**d)** Calcule el tiempo que demora un móvil en recorrer 2500 $m$ si viaja a una velocidad de 16 $\dfrac{m}{s}$

**e)** Calcule la velocidad $v$ de un avión que recorre 25 $km$ en 8 $s$

**Actividad en el cuaderno**

Comente con un compañero (a) cómo resolvió cada situación.
Plantee una situación similar y resuélvala.

**4)** Un litro y medio de bebida se reparte en partes iguales entre Juan, Marianela y Antü. **¿Cuántos cc le corresponden a cada uno?** (Recuerde: 1 l equivale 1000 cc)

- Explique los pasos que siguió para resolver la situación:

**5)** En un terreno, el área construída es de 140 metros cuadrados y el área libre es de 80 metros cuadrados. **¿Qué parte del área del terreno total es el área construída?**

- Explique los pasos que siguió para resolver la situación:

# LAS FRACCIONES REPRESENTAN NÚMEROS DECIMALES

Recuerde que al dividir el numerador de una fracción por su denominador, se obtiene un número decimal (infinito periódico). Los decimales obtenidos pueden ser de período 0 o de período distinto de 0.

**DECIMALES DE PERĪODO CERO :**

**a) exactos y enteros:** corresponden a números, como los siguientes

**Ejemplos:**

$\frac{8}{2} = 4 = 4{,}0$ $\frac{-5}{1} = 5 = 5{,}0$ $\frac{-12}{4} = -3 = -3{,}0$

**b) exactos pero no enteros:** son aquellos en que el resultado de su división o cociente tiene un número exacto de decimales, como los siguientes:

**Ejemplos:**

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{9}{2} = 4{,}5$ $\frac{891}{36} = 24{,}75$

**DECIMALES DE PERĪODO DISTINTO DE CERO :**

Se distinguen dos clases:

**Sin anteperīodo:** son aquellos en que el resultado de su división o cociente tiene un número infinito de decimales y uno o más decimales se repite de manera constante, inmediatamente después de la coma. Para escribir un número decimal con período distinto de cero se usa la siguiente notación: $2{,}77777... = 2{,}\overline{7}$

**Ejemplos:**

$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$ $\frac{25}{9} = 2{,}\overline{7}$ $\frac{7{,}052}{99} = 71{,}\overline{23}$

**Con anteperīodo o semiperiōdicos :** son aquellos en que el resultado de su división o cociente no tiene un número infinito de decimales y uno o mas decimales se repite de manera constante, a partir de un decimal determinado. Para escribir un número decimal con anteperíodo, se usa la siguiente notación : $3{,}21666666666...,= 3{,}21\overline{6}$.

**Ejemplos:**

$\frac{52}{990} = 0{,}0\overline{52}$ $\frac{21}{90} = 0{,}2\overline{3}$ $\frac{63.929}{9.000} = 7{,}103\overline{2}$

## ACTIVIDAD Apliquemos lo aprendido

Indique a qué tipo de número decimal corresponde cada caso:

**a)** Andrés debe dividir una cuerda de 43 metros en 6 trozos iguales:

..........................................................................................

**b)** Al nacer Rosa pesó 2,96 kilos:

..........................................................................................

**c)** La Tierra completa una órbita alrededor del Sol cada vez que realiza 365,26 giros sobre su eje:

..........................................................................................

**d)** Manuel obtuvo el número 92,0583 como resultado de un ejercicio en matemática.

..........................................................................................

### Actividad en el cuaderno

**1)** Exprese los siguientes números en su forma infinita. Guíese por el siguiente ejemplo:
$9{,}\overline{52} = 9{,}525252...$

**a)** $0{,}865\overline{96} =$ **b)** $2{,}3\overline{6} =$ **c)** $998{,}0092\overline{639} =$

**d)** $1493{,}\overline{454} =$ **e)** $105{,}1\overline{15} =$ **f)** $0{,}021\overline{3} =$

**2)** Exprese las siguientes fracciones como números decimales e indique a qué tipo de número decimal corresponde. Para realizar los cálculos, puede usar calculadora.

**a)** $\frac{196}{55} =$ **b)** $\frac{5}{2} =$ **c)** $\frac{16}{45} =$

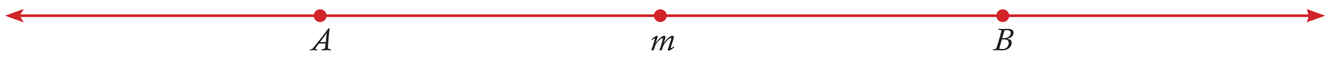
**d)** $\frac{8}{3} =$ **e)** $\frac{133}{99} =$ **f)** $\frac{17}{15} =$

# CÁLCULO DEL PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO DE RECTA:

$m$ punto medio en la recta

distancia de $A$ hasta $m$ distancia de $B$ hasta $m$

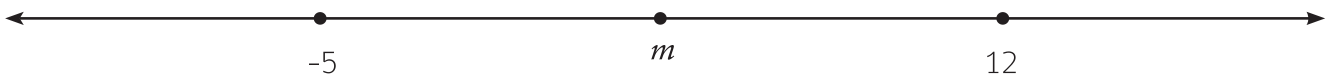
$$d(A, m) = d(m, B)$$




El punto medio m del segmento de recta entre a y b se calcula como la semisuma de los valores de los extremos del segmento.

$$m = \frac{a + b}{2}$$

$$d(-5, m) = d(12, m) = \frac{7}{2} = 3{,}5 \text{ unidades}$$




$$m = \frac{-5 + 12}{2} = \frac{7}{2}$$

**Actividad en el cuaderno**

**1)** Dados los extremos de los segmentos de recta, encuentre los puntos medios:

**a)** $a = -15$, $b = 7$;

**b)** $a = 3$, $b = 27$;

**c)** $a = -2$, $b = -62{,}5$.

**2)** Desafío: Encontrar la mitad entre 0 y 4, la mitad de la mitad anterior, luego la mitad de la mitad anterior, y así repetir el proceso ocho veces. **¿Qué puede concluir del proceso desarrollado?** Si continúa indefinidamente, **¿termina alguna vez este proceso?**

# LOS NÚMEROS DECIMALES SE PUEDEN REPRESENTAR COMO FRACCIONES

Todo número decimal infinito periódico se puede expresar en forma de fracción.

**Transformación de un decimal de período cero a fracción**

**Ejemplo:**

$$2{,}45 = \frac{245}{1.00} = \frac{245 : 5}{100 : 5} = \frac{49}{20}$$

TIPS

**Descripción del proceso**

Se escribe el número completo en el numerador (sin coma) y en el denominador se escribe una potencia de 10, con tantos ceros como decimales tenga el número decimal. Luego se simplifica hasta llegar a una fracción irreductible.

ACTIVIDAD **Transformando decimales de período cero a fracción:**

**Ejemplo:**

$$0{,}25 = \frac{25^{:5}}{100^{:5}} = \frac{5^{:5}}{20^{:5}} = \frac{1}{4}$$

Explique el proceso aplicado para resolver el ejercicio:

.................................................................................................

.................................................................................................

ACTIVIDAD **Aplique lo anterior y transforme el número decimal 0,583 a fracción y escriba el proceso que usó para transformarlo:**

.................................................................................................

.................................................................................................

Actividad en el cuaderno

Transforme a fracción los números decimales:

**a)** 6,125 **b)** 1,0035 **c)** 0,000302 **d)** -10,75

## TRANSFORMACIÓN DE UN DECIMAL DE PERÍODO DISTINTO DE CERO A FRACCIÓN

### 1) Sin anteperíodo

Para **transformar un decimal sin anteperíodo a fracción,** en el numerador se escribe la diferencia entre el número sin coma, desde el entero hasta incluir un período completo, y el número formado por los dígitos que anteceden al período.
En el denominador: se escriben tantos nueves como dígitos tenga el período.

**Ejemplo:**

$$12,\overline{36} = \frac{1.236 - 12}{99} = \frac{1,224^{\,:3}}{99^{\,:3}} = \frac{408^{\,:3}}{33^{\,:3}} = \frac{136}{11}$$

TIPS

**Partes de un decimal sin anteperíodo**

Número entero

Periodo

$12,\overline{36}$

Dígitos del periodo

**ACTIVIDAD** **Resuelva los siguientes ejercicios:**

**a)** Escriba como fracción : $5,\overline{34}$

**b)**Escriba como fracción : $123,\overline{21}$

**c)** Explique cómo transformó cada número decimal a fracción:

.....................................................................................

Actividad en el cuaderno

Transforme estos números a fracción:

**a)** $2,\overline{27}$ **b)** $0,\overline{012}$ **c)** $11,\overline{335}$ **d)** $-7,\overline{007}$

## 2) Con anteperíodo

Para transformar un decimal con anteperído a fracción, en el numerador se escribe la diferencia entre el número sin coma, desde el entero hasta incluir un período completo, y el número formado por los dígitos desde el entero hasta el último dígito del anteperíodo. En el denominador se esriben tantos nueves como dígitos tenga el período.

**TIPS**

**Partes de un decimal con anteperíodo:**

Número entero — Período — Anteperíodo

$1,1\overline{24}$

**Ejemplo:**

$$1,1\overline{24} = \frac{1{,}124 - 11}{990} = \frac{1{,}113 :^3}{990 :^3} = \frac{371}{330}$$

**ACTIVIDAD** **Explique cómo aplicó el proceso:**

.............................................................................................................

.............................................................................................................

**ACTIVIDAD** **Resuelva los siguientes ejercicios:**

**a)** Escriba como fracción : $8,21\overline{34}$ =

**b)** Escriba como fracción : $0,010\overline{25}$ =

**c)** Explique cómo transformó cada número decimal a fracción:

.............................................................................................................

**Actividad en el cuaderno**

Transforme estos números a fracción:

**a)** $0,0\overline{102}$ **b)** $11,3\overline{55}$ **c)** $3,10\overline{7}$ **d)** $0,1\overline{05438}$

# REDONDEO DE DECIMALES:

Para redondear un número decimal hasta una cifra decimal dada, hay que tomar en cuenta la cifra decimal posterior hasta la cual queremos redondear. Si esta cifra posterior es mayor o igual a 5, aumentamos en una unidad la cifra decimal anterior; de lo contrario, se deja como está.

**Te invitamos a visitar**

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena3/2esoquincena3.pdf

**Ejemplo:**

Redondeo hasta la décima : 5,2**6**215 → 5,**3**

Redondeo hasta la centésima : 7,47**1**05 → 7,4**7**

Redondeo hasta la milésima : 14,573**1**5 → 14,57**3**

**ACTIVIDAD** **Redondee cada número hasta el decimal indicado:**

7,57321 → ______ Redondeo hasta las décimas.

3,25709 → ______ Redondeo hasta las centésimas.

0,23489 → ______ Redondeo hasta las milésimas.

2,67890 → ______ Redondeo hasta las centésimas.

# TRUNCAMIENTO DE DECIMALES:

Para **truncar un número decimal** hasta una cifra decimal determinada, se escribe el número hasta esa cifra decimal incluída, eliminando las siguientes.

**Ejemplo:**

Truncamiento hasta la décima : 102,**7**265 → 102,7

Truncamiento hasta la centésima : 17,6**4**78 → 17,64

Truncamiento hasta la milésima: 0,76**8**4 → 0,768

**ACTIVIDAD** **Trunque cada número hasta el decimal indicado:**

2,98536 → ______ Truncar hasta la décima.

687,77889 → ______ Truncar hasta la centésima.

21,2583 → ______ Truncar hasta la milésima.

# ¿TODOS LOS NÚMEROS SON RACIONALES?

RESPUESTA: **No,** porque también existen los números irracionales que son los números decimales infinitos no periódicos. Estos números no pueden escribirse como fracción. la presentación formal de los números irracionales es:

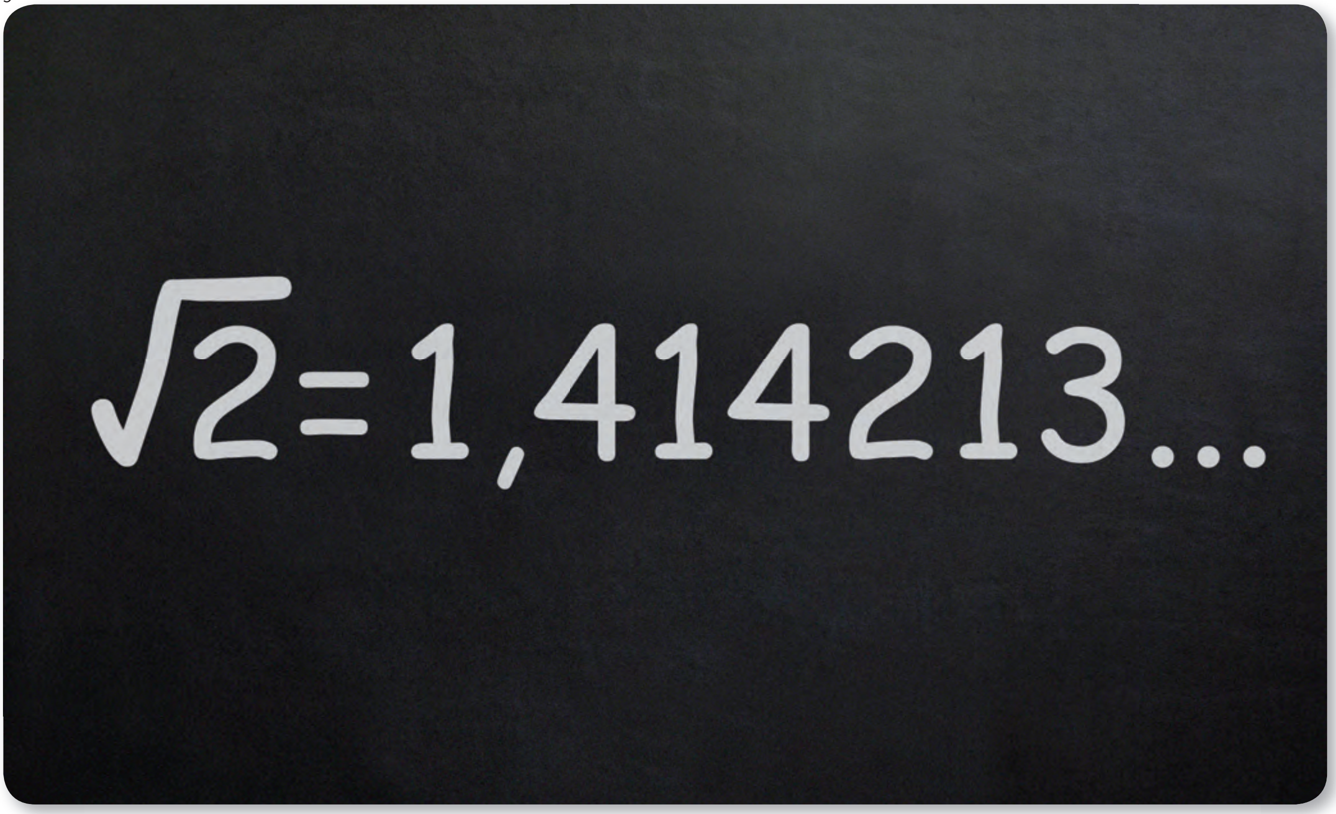
$$Q' = \left\{ x \,/\, x \notin Q \right\}$$

**Ejemplo:**

El número "pi" simbolizado por $\pi$ se escribe 3,14159265358979323846... El número $\pi$ es un irracional pues no tiene periódo. Otros números irracionales:

$\sqrt{2} = 1{,}414213...$ $\quad \sqrt{3} = 1{,}732050...$ $\quad \sqrt{5} = 2{,}236067...$ y muchos otros...

Los números anteriores se leen respectivamente así: raíz cuadrada de dos; raíz cuadrada de tres y raíz cuadrada de cinco.



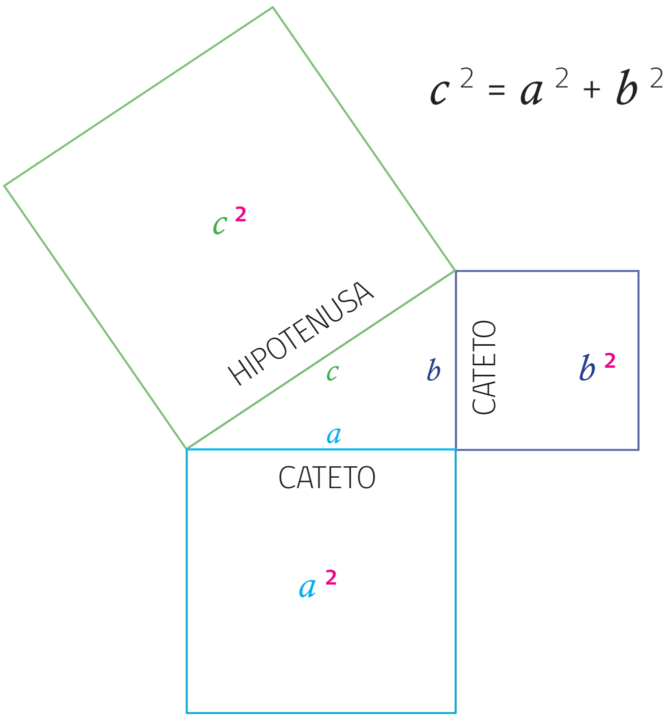

http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/numeros-irracionales.html

# TEOREMA DE PITÁGORAS

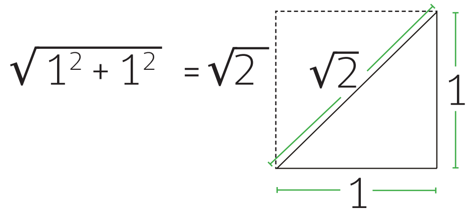
El teorema de Pitágoras nos entrega una herramienta para ilustrar como surgen los números irracionales a partir del cálculo de la hipotenusa o uno de sus catetos. Observe el ejemplo descrito:

**Ejemplo:**

**TEOREMA DE PITÁGORAS**




Dado un cuadrado cuyo lado mide una unidad, **¿Cuánto mide la diagonal?** Para determinar esta medida usamos el teorema de Pitágoras: $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Así la diagonal de un cuadrado de lado 1 unidad, mide $\sqrt{2}$ unidades, es decir, aproximadamente 1,414213 unidades (se ha truncado el valor a la millonésima).

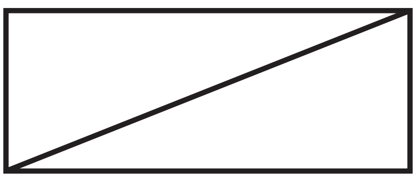



Los griegos, decían que la diagonal de un cuadrado de lado 1 era inconmesurable, es decir que no se podía medir con un trazo de una unidad más una cantidad finita de fracciones de este. El número $\sqrt{2}$ tiene infinitos decimales y no tiene período. La sucesión de decimales de $\sqrt{2}$ no se obtiene mediante los procedimientos habituales que se usan con los números racionales.

ACTIVIDAD

**Resuelva los siguientes problemas (en caso de que aparezcan irracionales, como $\sqrt{2}$, trúnquelos a la centésima):**

**1)** Doña Rosa dispone de un pequeño rectángulo de tierra en su jardín de 2m. de largo y 1m. de ancho. Desea dividirlo en dos triángulos congruentes como indica la figura. ¿cuál es la longitud de la linea divisora?.

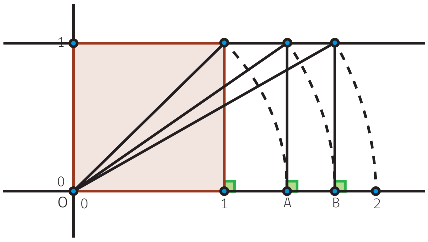


**2)** En la figura, la región sombreada es un cuadrado; las líneas curvas son arcos de circunferencia con centro en **O**; **A** y **B** son puntos en la recta numérica. Determine.

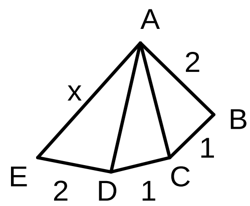
**a)** ¿Cuál es la longitud de la diagonal del cuadrado sombreado y qué número se debe escribir sobre el punto A?

**b)** ¿Cuál es la longitud de la diagonal del rectángulo cuya base es el segmento OA y qué número se debe escribir sobre el punto B?

**C)** ¿Cuál es la longitud de la diagonal del rectángulo cuya base es el segmento OB?

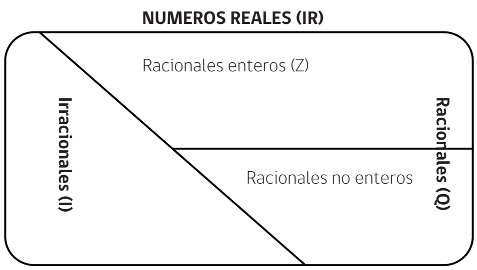



**3)** En la figura los triángulos son rectángulos respectivamente en B, C y D. Determine las longitudes de los segmentos AC, AD y AE, respectivamente.




**4)** Clasifique los números reales en el subconjunto que corresponde (3 puntos) :

$$-\sqrt{2};\ -1;\ \frac{2}{3};\ \ \pi;\ 0,\overline{3};\ 3,25$$




**5)** Ordene de mayor a menor los reales dados en la pregunta anterior.

**6)** Calcule la diagonal de un rectángulo si su ancho es 10cm y su largo 15cm.

**7)** Calcule la diagonal de un cuadrado de lado 10cm.

**8)** Calcule la altura de un triángulo equilátero si su lado mide 12cm.

**9)** Calcule el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 36cm.

# OPERATORIA CON FRACCIONES

Lea atentamente cada propiedad, luego escriba otro ejemplo en su cuaderno y explique el proceso de aplicación de cada propiedad: (todos los denominadores son distintos de cero)

| Lectura | Propiedad |
|---|---|
| **1)** Suma y resta de fracciones de igual denominador | $\frac{a}{t} \pm \frac{b}{t} \pm \frac{c}{t} = \frac{a \pm b \pm c}{t}$ |
| **2)** Suma y resta de fracciones de distinto denominador | $\frac{a}{x} \pm \frac{b}{y} \pm \frac{c}{z} = \frac{a\,y\,z}{x\,y\,z} \pm \frac{b\,x\,z}{x\,y\,z} \pm \frac{c\,x\,y}{x\,y\,z}$ |
| **3)** Amplificación de fracciones | $\frac{a}{b} = \frac{ak}{bk}$; $b,\ k \in Z^*$ |
| **4)** Simplificación de fracciones | $\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$; $b,\ k \in Z^*$ |
| **5)** Multiplicación de fracciones | $\frac{a}{x} \bullet \frac{b}{y} = \frac{ab}{xy}$; $x,\ y \in Z^*$ |
| **6)** División de fracciones | $\frac{a}{x} : \frac{b}{y} = \frac{a}{x} \bullet \frac{y}{b} = \frac{ay}{xb}$; $b,\ x,\ y, \in Z^*$ |
| **7)** Número mixto | *Ejemplo :* $3\frac{2}{5} = \frac{3 \bullet 5 + 2}{5}$ |

## Ejemplos:

**1)** $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1+3-2}{5}$

**2)** $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{7} = \frac{1 \bullet 5 \bullet 7}{70} + \frac{3 \bullet 2 \bullet 7}{70} - \frac{1 \bullet 2 \bullet 5}{70} = \frac{67}{70}$

70: es el denominador común y se calcula como el producto de los denominadores: Pregunten al profesor(a) otra forma de trabajar.

**3 )** $\frac{7}{11} = \frac{3 \bullet 7}{3 \bullet 11} = \frac{21}{33}$

**4)** $\frac{144^{:9}}{405^{:9}} = \frac{16}{45}$

**5)** $\frac{3}{7} \bullet \frac{4}{11} = \frac{3 \bullet 4}{7 \bullet 11} = \frac{12}{77}$

**6)** $\frac{\frac{1}{7}}{\frac{63}{133}} = \frac{1}{7} \bullet \frac{133}{63} = \frac{133^{:7}}{441^{:7}} = \frac{19}{63}$

**7)** $5\frac{2}{3} = \frac{3 \bullet 5 + 2}{3} = \frac{17}{3}$

Actividad en el cuaderno

Escriba cada ejemplo en el cuaderno identificando la propiedad

Actividad en el cuaderno

## Aplique lo aprendido

**1)** Calcule usando las propiedades anteriores:

**a)** $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{9}{2}$ **b)** $2\frac{1}{15} : \left(\frac{5}{9} - \frac{5}{12}\right)$ **c)** $\frac{8}{15} + \frac{8}{21} - \frac{8}{35}$

**d)** $\left(\frac{2}{3} - 1\right)\left(1 - \frac{3}{5}\right)$ **e)** 0,001 + 8,3 + 4 + 3,01 **f)** 3 – 0,01

**g)** 2,05 – 0,01 – 0,009 **h)** 0,02 : 2,5 **i)** $3\frac{3}{4} \bullet 2\frac{4}{15}$

**j)** $\frac{1}{4} \bullet \frac{3}{4} \bullet \frac{7}{5}$ **k)** $0{,}6 \bullet 20 \bullet \frac{6}{9}$ **l)** $0{,}45 \bullet 0{,}85 \bullet 1\frac{3}{5}$

**2)** Sabemos que el número $\frac{a}{b}$ es una fracción que se puede expresar como un número decimal realizando la división a:b
Escriba en forma decimal las siguientes fracciones.

| $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{25}{100}$ | $\frac{2}{10.000}$ | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | $1\frac{3}{5}$ | $-\frac{2}{7}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

**3)** María tiene un registro del peso que tuvieron sus hijos al nacer (corregir donde corresponda) :

| **Peso al nacer** | **Escribir el peso como fracción** | **Multiplicar cada fracción por 1.000** | **Al multiplicar por 1.000 el peso, ¿en qué unidad de medida quedo expresado?** |
|---|---|---|---|
| Luis = 3,55 kg. | Luis = $\frac{355}{100}$ kg. | Luis = 3550 gr. | |
| Felipe = 2,92 kg. | Felipe = _______ kg. | Felipe = _______ | |
| Segundo = 3,15 kg. | Segundo =_______ kg. | Segundo = _______ | |
| Romina = 2,9 kg. | Romina = _______ kg. | Romina = _______ | |
| Karina = 3,05 kg. | Karina = _______ kg. | Karina = _______ | |

Actividad en el cuaderno

**4)** Durante la mañana, en la rotisería "Donde Carlitos", se vendieron las siguientes cantidades de jamón acaramelado de pavo:

0,45 kg. – 0,04 kg. – $\frac{1}{4}$ kg. – 0,14 kg. – 0,4 kg.

Escriba la fracción que representa cada número y ordene de mayor a menor las cantidades de jamón de pavo que vendió Don Carlos:

**¿Cuánto jamón acaramelado se vendió en total?**

**5) ¿Cuántas veces 5 es mayor que $\frac{1}{5}$ ?**

**6) ¿Qué cantidad les falta a la fracción $\frac{1}{3}$ para llegar a 1?**

**7) ¿Qué cantidad debe restarse de 0,65 para obtener 0,0095?**

**8) ¿Cuál o cuáles de las siguientes sumas corresponde al número uno?**

**a)** 0,36 + 0,64 **b)** 0,18 + 0,81 **c)** 0,107 + 0,893

**9)** Considerar el número decimal periódico 0,7333...

**¿Qué fracción irreducible se le debe sumar para completar 1?**

**EVALUACIÓN**

**1)** Ordenar las fracciones de menos a mayor

**a)** 5,8 ; 5,9 ; 5,10  **b)** 8,09 ; 8,90 ; 8,89  **c)** 0,3 ; $\frac{1}{3}$ ; 0,33  **d)** $\frac{10}{4}$ ; $\frac{4}{10}$ ; $\frac{4}{100}$ ; $\frac{1000}{40}$

**2)** El número 0,25 puede expresarse como la fracción $\frac{25}{100}$ y si simplificamos esta fracción, obtenemos la representación $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. La fracción $\frac{1}{4}$ es una representación de la forma $\frac{a}{b}$ donde $a$ y $b$ no se pueden simplificar o reducir.

Escriba en la forma irreducible $\frac{a}{b}$, los siguientes números decimales:

**a)** 3,52  **b)** 0,001  **c)** 12,3  **d)** 0,21  **e)** -0,002

Marque la alternativa correcta:

**3)** Determine el resultado de: $\dfrac{2-0{,}4}{0{,}\overline{4}}$ (Transforme cada número decimal a fracción)

**a)** 2,25  **b)** 3,06  **c)** 3,6  **d)** 5,4

**4)** Si al doble de tres se le resta un medio, resulta la fracción :

**a)** $-\frac{9}{4}$  **b)** $\frac{9}{2}$  **c)** $\frac{5}{2}$  **d)** $\frac{11}{2}$

**5)** Luisa tiene $4\frac{1}{2}$ kg. de harina, ocupa $\frac{3}{2}$ kg. y se le caen accidentalmente $\frac{1}{2}$ kg. entonces la cantidad de harina que le queda es:

**a)** $2\frac{1}{2}$ kg.  **b)** $\frac{9}{2}$ kg.  **c)** 3 kg.  **d)** 4 kg.

**6)** Si $a = -1$ y $b = -4$ el valor de la expresión $\frac{a+b}{a}$ es:

**a)** - 5  **b)** -3  **c)** 3  **d)** 5

**7)** Si $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$, entonces el inverso aditivo de $x + y$ es:

**a)** $-\frac{5}{6}$  **b)** $-\frac{6}{5}$  **c)** $\frac{5}{6}$  **d)** $\frac{6}{5}$

# FRACCIONES COMPUESTAS

Son aquellas que tienen el numerador y/o el denominador fraccionario

**Ejemplo:** $\dfrac{\frac{3}{5}}{7}$ $\dfrac{7}{\frac{2}{3}}$ $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{28}}$

**Las fracciones compuestas pueden escribirse como fracciones simples como se muestra a continuación:**

**a) Fracción Compuesta:** $\dfrac{\frac{3}{5}}{7}$

$$\dfrac{\frac{3}{5}}{7} = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{1}} = \frac{3}{5} \bullet \frac{1}{7} = \frac{3}{35}$$

**b) Fracción Compuesta:** $\dfrac{7}{\frac{2}{3}}$

$$\dfrac{7}{\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{7}{1}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{1} \bullet \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$$

**c) Fracción Compuesta:** $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{28}}$

$$\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{28}} = \frac{3}{4} \bullet \frac{28}{9} = \frac{7}{3}$$

ACTIVIDAD **Apliquemos lo aprendido**

**1)** Escriba la fracción compuesta y transfórmela en fracción simple, luego resuelva:

**a)** La mitad de $\frac{1}{3}$ es: $\boxed{\phantom{00}}$

**b)** Cinco mil dividido por un tercio: $\boxed{\phantom{00}}$

**c)** Dos quintos dividido por tres cuartos: $\boxed{\phantom{00}}$

**2.** Escribir las fracciones compuestas como fracción simple:

**a)** $\frac{0{,}7}{21} = \boxed{\phantom{00}}$ **b)** $\frac{2}{0{,}1\overline{9}} = \boxed{\phantom{00}}$ **c)** $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{17}} = \boxed{\phantom{00}}$

**2)** Los símbolos: <, >, ≤, ≥ son símbolos de desigualdad. Lea la tabla y complete lo que falta.

| | | |
|---|---|---|
| $a < b$ | **Se lee:** "*a* es menor que *b*" | Porque: $b - a > 0$ |
| $-7 < 5$ | **Se lee:** | **Porque** $5 - (-7) > 0$ |

| | | |
|---|---|---|
| $a \leq b$ | **Se lee:** "*a* es menor o igual que *b*" | Porque: $b - a \geq 0$ |
| $6 \leq 7$ | **Se lee:** | **Porque** |

| | | |
|---|---|---|
| $a > b$ | **Se lee:** "*a* es mayor que *b*" | Porque: $a - b > 0$ |
| $6 > 2$ | **Se lee:** | **Porque** |

| | | |
|---|---|---|
| $a \geq b$ | **Se lee:** "*a* es mayor o igual que *b*" | Porque: $a - b \geq 0$ |
| $9 \geq 5$ | **Se lee:** | **Porque** |

TIPS

Ley de Tricotomía: Para dos números cualesquiera $x$ e $y$: una y solamente una de las siguientes relaciones se cumple:

**a)** $x < y$
**b)** $x = y$
**c)** $y < x$

Escriba lo que significa para usted la regla de Tricotomía

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

ACTIVIDAD

**Compare según la relación "menor que", cada trío de números decimales y escriba la relación en la forma $x < y < z$:**

**a)** 4,8 ; 4,9 ; 4,10 **b)** 5,61 ; 5,06 ; 5,65 **c)** $\frac{1}{6}$ ; $\frac{66}{100}$ ; $\frac{666}{1000}$ **d)** $\frac{1}{3}$ ; 0,3 ; 0,33

**Soluciones:**

**a)**

**b)**

**c)**

**d)**

## Guía de trabajo Nº 3

# ¿De qué razones me hablan...?

**Contenidos**

**Concepto y definición de razón y algunas aplicaciones**

# RAZÓN

Una razón es la comparación por división o cociente de dos cantidades. Por ejemplo, si en un mes Osvaldo destina $30.000 a locomoción y $60.000 a compras en el almacén, podemos comparar estas cantidades mediante una razón del modo que sigue:

$$\mathbf{30.000 : 60.000} \quad \text{o} \quad \frac{30.000}{60.000}$$

En ambos tipos de notación se lee, **"30.000 es a 60.000".**
En una razón se distinguen dos partes, **antecedente** y **consecuente**. En el ejemplo de arriba, 30.000 es el antecedente y 60.000 es el consecuente.
La razón del ejemplo anterior, puede simplificarse lo mismo que si fuera una fracción hasta llegar a la razón irreductible, en este caso **1 : 2** o $\frac{1}{2}$ es decir, " 1 es a 2"

En este ejemplo, **1 : 2** significa que **por cada $ 1 que Osvaldo gasta en locomoción, gasta $2 en compras en el almacén.**
El valor de una razón es el resultado de la división entre el antecedente y el consecuente, en ejemplo dado, el valor de la razón es 0,5.

**TIPS**

La razón entre $a$ y $b$ se escribe: **a : b** o
Se lee " $a$ **es a b** "

Antecedente
$$\frac{a}{b} = k \longrightarrow \text{Valor de la razón}$$
Consecuente

## Evaluación

**1)** En cada caso, escriba la razón y determine su valor:

**a)** Antecedente 7 y consecuente 6

**b)** Antecedente 8 y consecuente 3

**c)** Antecedente 15 y consecuente 35

**d)** Antecedente 174 y consecuente 6

**2)** En una razón el consecuente es 16 y su valor es 0,25. Determine el antecedente.

**3)** En una razón el antecedente es 16 y su valor es 0,8. Determine el consecuente.

**4)** En la empresa RCM hay 21 técnicos y 7 operarios, **¿cuál es la razón entre técnicos y operarios?**

**5)** En un mapa físico, la distancia entre Santiago y Arica es de 10 cm. En la realidad, sabemos que entre una ciudad y la otra, hay cerca de 200.000.000 cm. ¿ Cuál es la escala del mapa, es decir, la razón entre la distancia indicada en el mapa y la distancia real?

**6)** El precio de una docena de huevos blancos en el almacén es de $1.200.- y el de media docena de huevos de color, $900.- ¿ Cuál es la razón entre el precio de una docena de huevos blancos y una docena de huevos de color?

ACTIVIDAD **Apliquemos lo aprendido**

**1)** Lea atentamente el siguiente texto y conteste las preguntas:

"El jueves 5 de agosto de 2010, ocurrió el derrumbe de la mina San José, ubicada a 30 km al noroeste de por setenta días a 33 mineros a una profundidad la ciudad de Copiapó. Este accidente dejó atrapados cercana a los setecientos metros. El rescate comenzó el día 6 de agosto. Rescatistas intentaron bajar por una chimenea de ventilación, pero un nuevo derrumbe se produjo el día 7 de agosto impidiendo pesada para continuar. El día 22 de seguir el rescate de esa forma, por lo que se trajo maquinaria agosto, 17 días después del accidente, los mineros fueron encontrados con vida, y pasado 33 días de perforaciones, interrumpidas sólo por problemas en la maquinaria, uno de los 3 planes de rescate consiguio llegar a 623 metros de profundidad, donde estaban los mineros. Inmediatamente se comenzo a idear un "plan de encamisado" (entubamiento del ducto). El día 11 de octubre de 2010, a las 3:00 AM se anunció que los trabajos de encamisado habían alcanzado 56 m, y se decidió terminar a esa profundidad el trabajo. A las 12:00 del mismo día, el ministro de Minería, anunció que el rescate comenzaría a las 00:00 horas del miércoles 13 del mismo mes, con una duración aproximada de 48 hrs. Finalmente, desde las 00:10 AM, se logró traer a la superficie al primer minero, y luego a los siguientes, a razón de un minero por hora. El rescate tuvo un costo entre US$10 millones y US$20 millones, un tercio del cual fue financiado por donación de privados y el resto por el Estado de Chile y Codelco. Este rescate minero es el mayor y más exitoso de la historia de la minería a nivel mundial, tuvo una amplia cobertura periodística y fue seguido por alrededor de 1.000 a 1.300 millones de telespectadores, sólo superado por el funeral de Michael Jackson y además, superó por más de 400 millones de telespectadores a la misión del Apolo XI de 1969."

**a)** ¿Cual es la razón entre la cantidad de mineros rescatados y el tiempo transcurrido mencionada en el texto?.

**b)** ¿Cual es la razón entre el costo mínimo y el costo máximo del rescate?.

**c)** Si los vehículos de rescate pudieron recorrer el camino de Copiapó a la mina San José a una velocidad máxima de 65 Kilómetros por hora, una vez dado el aviso del accidente. **¿Cuánto tiempo emplearon estos vehículos en llegar a la mina?** (Sugerencia: $t=d/v$)

**d)** Si los tubos del plan de encamisado tenían un largo de 6 metros cada uno, determine la razón entre:

- el largo de un tubo y la totalidad de los metros encamisados.
- el largo de tres tubos y la totalidad de los metros encamisados.
- el largo del ducto encamisado y su largo total.

**e)** De acuerdo al texto, ¿cuál es la razón entre el máximo y el mínimo de telespectadores que vieron este rescate?

**2)** Calcule el valor de la razón entre los dos numeros dados aproximando a las décimas:.

**a)** US$720 y US$180 **b)** $7\frac{1}{3}$ y 18 **c)** -19 y 2,55 **d)** 14,75 y 2,15

**3)** Calcule el antecedente aproximando a las décimas:.

**a)** Si el valor de la razón es 4 y el consecuente es 6

**b)** Si el valor de la razón es 4,5 y el consecuente es 3

**c)** Si el valor de la razón es -19 y el consecuente es 2,5

**d)** Si el valor de la razón es 14,75 y el consecuente es 62,15

**4)** En cada situación escriba la razón correspondiente, simplifíquela e interperete este resultado como una comparación:

**a)** Se tienen dos bolsas llenas de balones de fútbol. La bolsa A tiene 36 balones y la bolsa B, tiene 12 balones.

**b)** El precio de una docena de higos en la vega es de $120.- y en el supermercado, $180.

**c)** El área de una cancha de fútbol es de 5000 $m^2$ y el de una cancha de baby fútbol, 600 $m^2$.

**d)** Un auto de carreras recorre 600 km en 120 min.

**e)** En un mapa físico, la distancia entre Santiago y Valparaíso es de 10 cm. En la realidad, sabemos que entre una ciudad y la otra, hay 180 km.

**f)** En condiciones normales de presión atmosférica, 1840 kg de hielo ocupan un espacio de 2 $m^3$.

# BIBLIOGRAFÍA:


1) Decreto Supremo (Ed.) Nº 211 de 2009.

2) Decreto Supremo (Ed.) Nº 257 de 2009.

3) Teoría de la Aritmética. Editorial LIMUSA S.A.

4) Álgebra y Trigonometría 2ª edición. (Dennis G Zill - Jacqueline M. Dewar)

5) Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica 10ª edición. (Swokowski - Cole)

**Sitios Web:**

1) www.profesorenlinea.cl

2) www.educarchile.cl

3) www.sectormatematica.cl

4) www.yoestudio.cl

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile